

## ANÁLISIS DE UNA EVALUACIÓN POR COMPETENCIAS EN MATEMÁTICA MEDIANTE TÉCNICAS MULTIVARIADAS Y MAPAS AUTOORGANIZADOS

Recepción: 22/04/2014 Revisión: 13/06/2014 Aceptación: 07/08/2014



**Curia, Lisandro**

Universidad Nacional del Comahue, Argentina

[azzs\\_132@yahoo.com](mailto:azzs_132@yahoo.com)



**Lavalle, Andrea**

Universidad Nacional del Comahue, Argentina

[lavalleandrea@yahoo.com.ar](mailto:lavalleandrea@yahoo.com.ar)

### RESUMEN

Un enfoque educativo basado en competencias necesariamente implica diversos cambios en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las ciencias (Tobón, 2006; Villa y Poblete, 2007; Villanueva, 2006). En este trabajo se consideran las competencias como el proceso centrado en el aprendizaje significativo donde se complementan y suman saberes que potencializan al ser humano permitiéndole dar respuesta a las situaciones problemáticas presentes en sus diversas actividades. La presente investigación se enmarcó en el sistema de educación superior y, en particular, se caracterizaron y examinaron las competencias en el ámbito de la matemática (Niss y Højgaard, 2011). La investigación tuvo como objetivo analizar la evaluación de competencias en el contexto de la asignatura Análisis Matemático III de las carreras de Ingeniería de la Universidad Nacional del Comahue, en Argentina. Se utilizaron dos dispositivos metodológicos de evaluación. Por un lado, la observación en clase de las habilidades requeridas para desarrollar las competencias, registradas mediante variables de tipo cualitativo. Por otra parte se utilizó un examen escrito, del que se obtuvo información cuantitativa del grado de desarrollo de las competencias evaluadas. De este examen se obtuvo además una calificación que resume el desempeño general del estudiante desde el punto de vista de la evaluación tradicional. Se concluyó a través de un Análisis de Componentes Principales (ACP) la conformación de dos gradientes que agrupan a diferentes competencias. Por un lado aquellas relacionadas con las habilidades de plantear y resolver problemas, pensar matemáticamente y comunicar matemática. A su vez, la nota asignada a través de una evaluación tradicional se asoció con estas competencias, poniendo en evidencia que el modelo de evaluación tradicional se circunscribe a apreciar el nivel de dominio de los conocimientos declarativos y procedimentales específicos de la asignatura. Por tanto, la evaluación por competencias ofrece una instancia complementaria para analizar

habilidades que se quieren desarrollar en el estudiante, y que con una perspectiva tradicional pueden pasarse por alto.

**Palabras clave:** competencia matemática, evaluación, análisis estadístico, mapas auto-organizados

## **ANALYSIS OF A COMPETENCY ASSESSMENT IN MATHEMATICS AND MAPS BY SELF-ORGANIZED MULTIVARIATE TECHNIQUES**

### **ABSTRACT**

A competency-based educational approach necessarily involves several changes in the teaching and learning of science (Tobón, 2006; Villa and Poblete, 2007; Aguilar Villanueva, 2006). We can consider the skills and the integration of knowledge directed toward total education be based on meaningful learning that enables students to solve problems that are presented throughout life (Obaya and Ponce, 2010). This work is part of the higher education system in particular, is characterized and discussed the skills in the field of mathematics (and Niss and Højgaard, 2011). The research aimed to analyze the competency assessment in the context of the subject Mathematical Analysis III of the Engineering of the National University of Comahue in Argentina. Two methodological assessment devices were used. For one, the classroom observation skills required to develop the skills recognized using qualitative variables. Moreover a written examination, the quantitative information on the degree of development of the skills assessed was obtained was used. This test is also obtained a rating that summarizes the overall performance of the student from the point of view of the evaluation traditional. It was concluded through a Principal Component Analysis (PCA) forming two gradients grouping different skills. On the one hand those skills related to pose and solve problems, think mathematically and communicate mathematics. In turn, the note assigned through a traditional assessment associated with these competencies, highlighting the traditional model of evaluation is limited to assessing the level of domain-specific declarative and procedural knowledge of the subject. Therefore, the competency assessment offers a forum for discussion of complementary skills who want to develop in students and a traditional perspective that can be overlooked.

**Keywords:** mathematics competencies, statistical analysis, self-organization maps.

## **ANALISI DI UNA VALUTAZIONE PER COMPETENZE IN MATEMATICA SECONDO TECNICHE MULTIVARIATE E MAPPE AUTOORGANIZATE**

### **RIASSUNTO**

Un approccio educativo basato in competenze necessariamente implica diversi cambi nei processi d'insegnamento e apprendimento delle scienze ciencias (Tobón, 2006; Villa y Poblete, 2007; Villanueva Aguilar, 2006). Le competenze si possono considerare come l'integrazione di saperi orientate verso un educazione totale dell'essere, basata in un apprendimento significativo che permette al discente risolvere i problemi che gli si presentano lungo la vita (Obayay Ponce, 2010). Questo lavoro viene strutturato nel

sistema de educación superior e particularmente, si sono esaminate e caratterizzate le competenze nel ambito della matematica (Niss y Hojggard, 2011). Quindi, analizzare la valutazione delle competenze nel contesto della materia Analisi Matematico III nelle carriere di Ingegneria presso la Universidad Nacional del Comahue in Argentina è stato lo scopo di questa ricerca. Due dispositivi metodologici di valutazione si sono usati. L'osservazione in classe delle abilità richieste per sviluppare le competenze, registrate tramite variabili di tipo qualitativo e da un'altra parte, si è usata una prova scritta, da cui si è ottenuta l'informazione quantitativa sul grado di sviluppo delle competenze valutate. In più, da questo esame si è ottenuto un voto che sintetizza lo svigimento generale del discente dal punto di vista della valutazione tradizionale. Viene concluso tramite la ACP, la conformazione di due gradienti che raggruppano a diverse competenze. Da una parte, quelle relative le abilità di esporre e risolvere problemi, pensare matematicamente e comunicare matematica. A sua volta, il voto assegnato secondo una valutazione tradizionale si è associato con queste competenze evidenziando che il modello di valutazione tradizionale viene circoscritto ad apprezzare il livello di dominio delle conoscenze declarative e procedimentali specifiche della materia. Quindi, la valutazione per competenze offre una richiesta complementaria per analizzare le abilità che si vogliono far sviluppare nel discente e che tramite una prospettiva tradizionale potrebbero essere ignorate.

**Parole chiave:** competenza matematica, valutazione, analisi statistico, mappe autoorganizative.

## INTRODUCCIÓN

Si bien muchas veces los estudiantes no toman en cuenta que un sistema de evaluación de alta calidad tiene un impacto directo en la calidad de su formación, es necesario que el docente disponga de herramientas dinámicas y flexibles que permitan orientarse efectivamente hacia los aspectos que concretamente pretende evaluar. Tal como señalan McDonald y otros (1995), de los aspectos involucrados en la formación de los estudiantes y futuros profesionales, la evaluación puede que sea el más trascendental y en esta práctica los estudiantes así lo hacen sentir. Esta es la oportunidad para que los docentes pongan en práctica técnicas para despertar factores de motivación que sean de importancia para el aprendizaje de los principales conceptos y técnicas de resolución de problemas que deben dominar los estudiantes. Cada evaluación permite que los estudiantes tengan la posibilidad de analizar cuáles han sido los resultados de sus aprendizajes y a los docentes hacerlos reflexionar sobre qué se ha aprendido y cómo habría podido llevarse a cabo tal aprendizaje (McDonald et al., 1995).

Diversas técnicas de evaluación se han mantenido en vigencia y no por el simple hecho de ser antiguas dejan de ser válidas, por ejemplo, desde los años 60 hasta hoy se viene insistiendo con prácticas destinadas a que el estudiante aprenda de manera significativa, relacionando los conceptos de una ciencia de manera sustancial y no arbitraria con lo que ya conoce (Ausubel, Novak y Hanesian, 1983; Novak y Gowin, 1988). Esta teoría de aprendizaje significativo todavía es válida, y siguiendo esta dirección el docente busca distintas metodologías para que los estudiantes vinculen conceptos y den

significados a los mismos relacionándolos con otros ya vistos y con fenómenos y eventos de su vida cotidiana.

Por otra parte, en estos últimos años ha ganado gran importancia lo que se denomina “aprendizaje por competencias”. El concepto de “competencia” fue dado a conocer inicialmente por el filósofo y lingüista Noam Chomsky, dentro de su teoría sobre la gramática generativa incluyó el término “competencia lingüística”, que básicamente se refiere a que un ser humano es competente en el uso del lenguaje cuando es capaz de utilizarlo para interactuar con el resto de la comunidad (Villanueva, 2006).

Como puede verse, éste es un concepto muy amplio que puede interpretarse de distintas maneras y que depende en gran medida del contexto social donde la persona desarrolle sus actividades, sin embargo, denota una característica central que de algún modo separa el mero conocimiento teórico que pueda tener un ser humano y lo relaciona con la habilidad para hacerse entender con los demás. Es decir, desde esta perspectiva, se está incluyendo el contexto social donde la persona está inserta y desarrolla sus actividades en conjunto con la habilidad que tiene para vincularse socialmente y hacerse entender con aquellas personas que componen su entorno.

Al examinar los aportes de distintos autores (Tobón, 2004; Tobón, 2006; Villa y Poblete, 2007; Villanueva, 2006; Obaya y Ponce, 2010) se pone en evidencia la gran diversidad y complejidad que abarca el término “competencias”, aun acotándolo a los ámbitos particulares o al sistema donde se quiera analizar su significado. De manera general, para conceptualizar el término “competencias” nos referiremos a él como:

“...el conjunto de procesos que se dan en las múltiples relaciones entre conocimientos, actitudes y habilidades que surgen al afrontar la resolución de problemas con conocimiento, creatividad, compromiso y espíritu creativo, disponiendo adecuadamente de los recursos para aportar prosperidad, tanto personal como a la institución en que desarrolla su tarea” (Villanueva, 2006, p.89).

Por otro lado, podemos considerar a las competencias como “la integración de saberes dirigida hacia una educación total del ser, basada en un aprendizaje significativo que le permita al estudiante resolver los problemas que se le presenten a lo largo de la vida” (Obaya y Ponce, 2010, p. 67).

El presente estudio se enmarcó en el ámbito de las competencias en el sistema de educación superior o educación universitaria en Argentina. En particular, se caracterizan y analizan las competencias en el ámbito particular de la matemática. Estas disgregaciones permitieron la aplicación de las ideas necesarias como para que todo docente esté en condiciones de adaptar y transformar sus concepciones y sus prácticas pedagógicas, buscando alternativas que potencialicen las habilidades de los estudiantes; pues de ellos se pretende que se formen como seres humanos capaces de vincularse con sus semejantes en un marco de respeto y conocimiento, al tiempo que sean capaces de interactuar con otras áreas transversales a los conocimientos específicos desarrollados en sus profesiones respectivas.



Esta necesidad de asumir nuevos retos se extiende más allá de la mera transmisión de conocimientos (Valverde et al., 2012) y también se manifiesta específicamente en la matemática. Esta ciencia puede ser vista como una herramienta fundamental que sirve para el progreso de otras ciencias y que subyace a su avance, permitiendo modelar fenómenos, aportando métodos para resolver problemas y ayudando en la interpretación de fenómenos que evolucionan visiblemente en el mundo que nos rodea. En este sentido, hay un contacto claro entre esta disciplina y otras como la física, economía y las ciencias de la ingeniería.

### **COMPETENCIAS MATEMÁTICAS**

Las definiciones del concepto de competencias dadas anteriormente serán a su vez conceptualizadas, a los fines de este trabajo, en el área específica de la matemática. Para efectos de esquematizar las variables se les asignará un código, que inicia con una letra c mayúscula, para identificarlas con mayor facilidad en las tablas y gráficos.

De acuerdo con el trabajo de Niss y Højgaard (2011) es posible distinguir las siguientes competencias matemáticas:

- Pensar matemáticamente (C1).
- Plantear y resolver problemas matemáticos (C2).
- Modelar matemáticamente (C3).
- Argumentar matemáticamente (C4).
- Representar entidades matemáticas, situaciones y objetos (C5).
- Utilizar símbolos matemáticos (C6).
- Comunicarse matemáticamente y comunicar matemática (C7).
- Utilizar herramientas y nuevas tecnologías (C8).

### **PENSAR MATEMÁTICAMENTE (C1)**

Se evalúa la capacidad del estudiante para conocer las limitaciones de los resultados que obtiene. Al elaborar su tarea, muchos alumnos dan por válidos sus resultados sin especificar bajo qué hipótesis la solución que obtuvo tiene sentido.

También dentro de esta competencia se evalúa la capacidad de generalización de resultados y propiedades. Extender los rangos de aplicación de un resultado a un dominio más amplio es una habilidad que los docentes deben estimular, ya que es común que los estudiantes resuelvan problemas y no analicen los resultados obtenidos ni el campo de validez de las soluciones obtenidas.



Asimismo, durante las clases es conveniente que el docente enuncie un teorema de varios modos distintos para que el estudiante note distintas formas de expresar un mismo resultado. A su vez, y en una instancia posterior, es oportuno evaluar cómo interpreta el estudiante tales enunciados, hacer notar similitudes y diferencias, alcances y limitaciones de los distintos teoremas y propiedades que se trabajan en la clase y que están presentes en el texto de la cátedra.

En esta instancia, es adecuado valorar la capacidad del estudiante para descubrir regularidades ante un problema determinado, para ello es conveniente estimularlo a fin de que conciba la dificultad como un estímulo que le incite a poner en práctica mecanismos de inducción, deducción, intuición y síntesis para llegar a proponer alternativas de solución. En este contexto, el estudiante demuestra su habilidad para distinguir entre distintos tipos de enunciados matemáticos, ya sean estos provenientes de conjeturas, definiciones, hipótesis o teoremas.

### **PLANTEAR Y RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS (C2)**

Dentro de las cuestiones propias de la matemática una competencia a desarrollar es la habilidad que tiene el estudiante para definir las variables que intervienen en un problema, plantearlo y finalmente resolverlo. Esta capacidad puede trabajarse en clases haciendo consultas a los estudiantes y dejando que estos propongan cuestiones alternativas. La inclusión de estas actividades en las clases, deja abierta la posibilidad de trasladar estas cuestiones al examen final, puesto que es un modo de trabajo común ya conocido en la clase y no se presentaría como una cuestión engañosa y arbitraria.

En ocasiones, los estudiantes dejan los resultados numéricos o simbólicos aislados y sin ningún tipo de análisis posterior. Por ello, debe incentivarse constantemente la facultad de repasar la respuesta en el contexto que tiene el problema. En este sentido, también se pretende que el alumno pueda reconocer y plantear diferentes tipos de problemas matemáticos, ya sean estos de carácter teórico, práctico, abiertos o cerrados.

### **MODELAR MATEMÁTICAMENTE (C3)**

Consiste en la capacidad para traducir un problema de la vida real, que en ocasiones puede ser formulado verbalmente a una o varias expresiones matemáticas. Esta es una categoría de mucha importancia para que el estudiante vincule actividades que se desarrollan en el salón de clases con los hechos de su contexto y de su quehacer diario.

Numerosos problemas de las ciencias han sido tratados y modelados a partir de situaciones que se les han presentado a los propios investigadores, es decir, de una manera real y no impuesta arbitrariamente. En estos casos la situación se transforma en un desafío real para la persona o para un conjunto de seres humanos, entonces el compromiso por resolver las dificultades ejerce una motivación mayor que si se hubiera planteado de manera artificiosa.

En consecuencia, es necesario que el estudiante entienda que la matemática se presenta como una herramienta que permite obtener y justificar resultados que se pueden

comprobar naturalmente. También, su empleo facilita la respuesta numérica necesaria para comprobar la evolución en la dinámica de ciertos sistemas y pronosticar qué ocurriría si determinadas hipótesis y condiciones impuestas originalmente son modificadas.

Es oportuno aclarar que muchas asignaturas de matemática se muestran más versátiles para modelar problemas y evaluar la capacidad que tiene un estudiante para plantear modelos matemáticos de situaciones de la economía, la física, la química y las ciencias aplicadas. Particularmente, la asignatura Análisis Matemático III (impartida en las carreras de Ingeniería de la Universidad Nacional del Comahue, Argentina) en la que se abordan los contenidos de ecuaciones diferenciales, proporciona un marco adecuado para incentivar en gran medida a los estudiantes mediante la inclusión de problemas con aplicaciones y ejemplos de la vida real. Por tanto en este estudio, la tarea de los estudiantes en esta asignatura constituyó una fuente de datos importante para poder evaluarlos en función de las habilidades que presentaban en torno a la adquisición de esta competencia.

Especialmente en cursos superiores de las carreras de Ingeniería el proceso de modelar un problema mediante el lenguaje algebraico cobra importancia determinante, pues constituye el medio por el cual se podrán cuantificar el desarrollo de determinados fenómenos o eventos. El logro de esta habilidad por parte del estudiante se relaciona con su capacidad para traducir en términos algebraicos, enunciados verbales propuestos en forma de frases coloquiales. Esta capacidad también está relacionada con analizar, fundamentar y extraer propiedades de los modelos matemáticos ya existentes.

#### **ARGUMENTAR MATEMÁTICAMENTE (C4)**

Esta competencia se refiere a entender demostraciones y cadenas de razonamientos propios de la matemática. Si bien no siempre es conveniente pedir en un examen que un estudiante replique una demostración, es una buena oportunidad para que pueda esbozar demostraciones y completar secuencias lógicas aclarando bajo qué condiciones son válidos los argumentos. Es la oportunidad para evaluar su capacidad para analizar cómo entiende las ideas sobre las que se basa una demostración.

Aquí el estudiante cuestiona y propone, mediante un proceso descriptivo, los procedimientos que emplea para llegar a un resultado. En estas actividades, se exponen las razones para justificar determinados procedimientos matemáticos, lo cual exige razonamiento lógico para descubrir, por ejemplo, las ideas básicas de la demostración de un teorema y sus corolarios, abordando las condiciones de necesidad y suficiencia, los encadenamientos y las consecuencias de determinado procedimiento desde el saber matemático.

#### **REPRESENTAR ENTIDADES MATEMÁTICAS, SITUACIONES Y OBJETOS (C5)**

Aquí se incluye la capacidad para entender y emplear distintas representaciones de objetos matemáticos, también saber escoger entre varias representaciones cuál de ellas se adecúa a la situación problemática que se plantea. Por ejemplo, al resolver un sistema algebraico los estudiantes pueden optar por, una vez resuelto el sistema, representar los



resultados en un gráfico (en dos o tres dimensiones). Aunque también puede procederse en forma inversa, por ejemplo, dada una representación en el plano, escribir un sistema que responda a la misma.

Esta competencia también se relaciona con otras, puesto que siempre se está tratando de desarrollar habilidades de razonamiento y de relaciones entre objetos matemáticos.

### **UTILIZAR SÍMBOLOS MATEMÁTICOS (C6)**

Se refiere a la capacidad para trabajar con expresiones simbólicas y a traducir enunciados verbales a lenguaje simbólico formal. Es necesario aclarar que esta competencia debe estar contextualizada en el aprendizaje significativo de conceptos y, aunque algunos autores puedan reconocer que la inclusión de fórmulas por sí solas no garantizan un aprendizaje significativo, aquí se evalúa la capacidad que tiene el estudiante para incluir y armar expresiones de manera no arbitraria y relacionadas con la red de conceptos que tienen en su estructura cognitiva.

Se juzga como válido que el estudiante maneje expresiones que pueden llegar a un alto grado de complejidad, aunque siempre esta operatoria debe ser vista desde una perspectiva colaboracionista con otros conceptos e ideas. Por ejemplo, en el entorno de modelización de fenómenos y eventos de la vida real, expresiones como series y funciones especiales, brindan la oportunidad para que un evaluador determine en qué medida un estudiante entiende y es capaz de utilizar tales expresiones.

Esta competencia también se relaciona con la interpretación que da el estudiante de los símbolos empleados comúnmente en el lenguaje formal de la matemática, e incluye la habilidad con el que pueda entender las reglas formales de este sistema para poder traducirlo a otro más natural donde las expresiones formales de un enunciado matemático se traduzcan ambientándose en un contexto más general.

### **COMUNICARSE MATEMÁTICAMENTE Y COMUNICAR MATEMÁTICA (C7)**

En sus aspectos más generales, esta competencia comprende las habilidades de entender textos con contenido matemático y saber expresarse en forma oral y escrita sobre temas específicamente matemáticos logrando distintos niveles de precisión en los escritos y enunciados orales.

La capacidad que tiene un estudiante para expresar cómo entiende enunciados, propiedades, teoremas y resultados matemáticos puede indagarse en gran medida al hacer consultas orales en el transcurso de la clase. Al respecto, más de una vez, el docente puede quedar sorprendido cuando un estudiante da por ciertos, determinados conceptos sin más, asegurando que fueron expuestos por el propio docente, cuando en realidad éste quiso otorgar a la expresión un significado completamente distinto al que el estudiante atribuye.



## UTILIZAR HERRAMIENTAS Y NUEVAS TECNOLOGÍAS (C8)

Se incluye aquí la habilidad del estudiante para saber delimitar los alcances del empleo de las tecnologías, su uso racional y las limitaciones, ventajas y desventajas que trae aparejado su empleo durante la actividad matemática. Particularmente, y desde el punto de vista del aprendizaje significativo, su utilización en educación ha aportado nuevos métodos destinados a ampliar la estructura cognitiva de los alumnos.

La posibilidad de contar con computadoras de tipo personal y paquetes de cálculo gratuitos ha logrado vencer una barrera que hasta hace algunos años limitaba en gran medida la posibilidad de relacionar los cálculos numéricos con resultados provenientes de la aproximación de expresiones complejas y la representación gráfica de soluciones. Sin embargo, en el contexto de esta asignatura, no se contó con computadoras que permitieran analizar estas habilidades.

Esta competencia debe ser tenida muy en cuenta en aquellos casos en que se cuente con un número limitado de estudiantes, como seminarios, talleres y laboratorios de cálculo.

## EVALUACIÓN POR COMPETENCIAS

Según Tobón (2006, p. 46) la valoración que lleva implícita la evaluación por competencias consiste en “un proceso de retroalimentación mediante el cual los estudiantes, los docentes, las instituciones educativas y la sociedad obtienen información cualitativa y cuantitativa sobre el grado de adquisición, construcción y desarrollo de las competencias”.

En el proceso de evaluación por competencias es necesario que las actividades planteadas proporcionen evidencias y valoraciones, que pueden ser tanto cuantitativas como cualitativas, sobre los progresos de los estudiantes en función de los resultados esperados (Valverde et al., 2012).

Aunque pueden utilizarse dispositivos metodológicos que no son novedosos en sí mismos, en el contexto de la enseñanza por competencias estos dispositivos adquieren una perspectiva e intencionalidad diferente a la convencional (Moreno, 2012).

Una característica esencial de la evaluación por competencias es que no se limita a la mera certificación de los aprendizajes de los estudiantes. Esta perspectiva lleva implícita un proceso de retroalimentación mediante la cual los estudiantes pueden sacar conclusiones sobre el grado de desarrollo y maduración alcanzado. Por otra parte, los profesores consiguen información valiosa para reorientar y enriquecer sus estrategias de enseñanza, así como reconducir los procesos de aprendizaje de los estudiantes.

## MATERIALES Y MÉTODOS

La investigación tuvo como objeto analizar la evaluación de competencias en el contexto de un examen final de la asignatura Análisis Matemático III de las carreras de Ingeniería de la Universidad Nacional del Comahue, de Argentina. Con la finalidad de

resaltar los aportes de la evaluación por competencias, el examen también fue evaluado y calificado por un docente de experiencia y trayectoria en la asignatura pero que no utiliza en su propuesta de clase la enseñanza por competencias.

Para el análisis de resultados provenientes de la evaluación se recurrió a herramientas de la Estadística y de la Inteligencia Artificial. En particular, se utilizó un Análisis de Componentes Principales (o ACP) (Peña, 2002; Pérez, 2004) que permite caracterizar a los estudiantes de acuerdo a las calificaciones obtenidas en las competencias. Asimismo, esta técnica posibilita establecer relaciones entre las competencias entre sí y con la nota final del examen obtenida en forma tradicional.

Los mapas auto organizados son de tipo Red Neuronal Artificial (red monocapa), que permite la representación en baja dimensión de un conjunto de datos multidimensionales (Freeman y Skapura, 1993; Hilera y Martínez, 2000). En este artículo se utilizaron con la finalidad de incorporar al análisis variables no numéricas (de tipo cualitativo), como por ejemplo el manejo bibliográfico. Si bien las variables mixtas (cuantitativas y cualitativas) se pueden analizar simultáneamente mediante técnicas de Análisis Multivariado a tres modos, como por ejemplo, el Análisis Factorial Múltiple, los Mapas Auto-organizados son un modelo más sencillo de representación en baja dimensión que permite una visualización de los resultados mediante gráficos de interpretación directa.

La propuesta didáctica utilizada consistió en emplear una metodología que privilegia la enseñanza por competencias propiciando actividades que permitan: relacionar contenidos transversales a través de problemas y ejercicios multidisciplinarios, analizar las cuestiones relativas al encadenamiento de razonamientos y símbolos matemáticos utilizados en las demostraciones de teoremas y corolarios, seguimiento constante de los estudiantes en la resolución de trabajos prácticos para analizar cómo responden e interpretan enunciados abstractos derivados, por ejemplo, de funciones especiales, series de funciones, integrales impropias.

Asimismo, a lo largo de las clases se recurre a incentivar el análisis por parte de los estudiantes sobre los rangos de aplicación y las limitaciones que presentan los resultados encontrados, y en ocasiones a buscar distintas representaciones para expresar los resultados. Todas estas cuestiones trabajadas en clase de una u otra forma están presentes en las competencias tal como se detallaron anteriormente y, por tanto, constituyen un anclaje metodológico que habilita criteriosamente la posterior evaluación por competencias.

Se utilizaron dos dispositivos metodológicos para la evaluación por competencias (Moreno, 2012): observación y examen escrito. Las observaciones en clase permitieron la obtención de datos inasequibles por otros medios, como por ejemplo, la interacción entre docente y estudiante, entre estudiantes, el uso correcto del lenguaje, la verbalización de las conjeturas y dudas, etc. El examen escrito brindó información no solamente de los aspectos cognoscitivos que se ven reflejados en las respuestas de los estudiantes, sino que permite analizar el grado de desarrollo de las competencias evaluadas. Por otra parte, esta evaluación permitió la reflexión por parte del docente acerca de su propuesta



de enseñanza y sobre sus propias concepciones acerca de lo que han podido aprender los alumnos.

El examen escrito utilizado en este trabajo corresponde a la asignatura Análisis Matemático III de las carreras de Ingeniería de la Universidad Nacional del Comahue. El mismo se encuentra en el Anexo 1 junto con la descripción de las competencias que se evaluaron en cada uno de los problemas que lo componen. Es un examen final que constituye una evaluación de promoción (Zavala, 2003). El mismo se preparó de tal forma que permitiera evaluar todas las competencias enunciadas excepto la competencia relativa al uso de las tecnologías, debido a que no se trabajó con las mismas durante el cursado de la asignatura. Esto en sí no constituye una descontextualización de la evaluación por competencias, ya que puede concebirse el diseño de actividades específicas que busca el desarrollo de determinadas competencias dejando de lado otras. Es decir, cada actividad potencializa en distinto grado, el desarrollo de las diferentes competencias.

En cada examen se calificaron de 1 a 10 las competencias y se obtuvo, además, una calificación asignada por otro docente que no trabaja con el enfoque de enseñanza por competencias y que resume la performance general del estudiante desde el punto de vista de la enseñanza tradicional.

Además de las calificaciones obtenidas por los estudiantes en el examen, se incorporaron al análisis tres variables referidas a aspectos que se consideran útiles para la formación general de un estudiante y que refuerzan las habilidades requeridas para desarrollar las competencias, las que fueron relevadas a partir de la observación. Estas variables son: Participación en clase, Manejo de bibliografía y Asistencia a clase.

La participación en clase tiene en cuenta si el estudiante responde a las preguntas del docente, participa en el debate que se propone en clase respecto a, por ejemplo, condiciones de validez de las soluciones, utilidad de las hipótesis de los teoremas, condiciones necesarias y suficientes, entre otras. También se considera la utilización adecuada del lenguaje matemático en la exposición de los argumentos dados por los estudiantes. Estos aspectos refuerzan las competencias relativas a la argumentación y a la comunicación matemática. La escala utilizada es: participación alta o baja.

El manejo de la bibliografía se considera una parte esencial de la formación de un estudiante avanzado. Esta habilidad se evaluó mediante el trabajo en el aula con material específico y su finalidad es la de colaborar en la formación del alumno en aspectos relacionados a todas las competencias en general y particularmente a la competencia de comunicarse matemáticamente y comunicar matemáticas (C7). La escala utilizada es: manejo muy adecuado, adecuado o insuficiente.

Por su parte, la asistencia se considera alta cuando el estudiante asiste tanto a clases teórico prácticas como a las clases de consulta; buena si solo asiste a las clases teórico prácticas y regular si la asistencia es esporádica.

Se trabajó con una muestra de 15 estudiantes que fueron seleccionados al azar al inicio del curso y que tuvieron un seguimiento por parte del docente para poder ser calificados cualitativamente.

El estudio se dividió en dos partes: por un lado, se realizó un análisis de las variables de naturaleza cuantitativa mediante un Análisis de Componentes Principales (ACP). El objetivo del ACP es representar a los individuos y las variables en un espacio de menor dimensión con pérdida mínima de información. Es decir, se trata de condensar la información contenida en una variable cuantitativa p-dimensional, en un número reducido de nuevas variables no correlacionadas entre sí, que son combinación lineal de las variables primitivas y explican el máximo de la inercia o variabilidad total, las que se llaman componentes principales.

Estas componentes son usadas para descubrir e interpretar la dependencia existente entre las variables originales y examinar las relaciones que puedan existir entre los individuos. La reducción de dimensión simplifica el análisis de la dispersión de las observaciones poniendo en evidencia posibles agrupamientos. La aplicación de esta técnica permite describir las relaciones presentes entre las diferentes competencias y caracterizar a los estudiantes de acuerdo a las mismas (Peña, 2002; Pérez, 2004).

La incorporación de las variables de tipo cualitativo hace necesario recurrir a otro tipo de técnica de reducción de la dimensionalidad. Dentro del grupo de las redes neuronales un algoritmo que produce un gran impacto visual lo constituyen los denominados Mapas Auto-organizados de Kohonen (SOM) (Freeman y Skapura, 1993, Hilera y Martínez, 2000). Su cualidad principal consiste en la obtención de una proyección bidimensional de datos que tienen atributos n-dimensionales. Esta proyección se realiza preservando las características de los datos originales y por lo tanto la distribución en el plano permite delimitar zonas donde los individuos son agrupados por sus características similares. El algoritmo consiste en una técnica iterativa que compara los datos entre sí y crea un modelo de los mismos que puede servir para agruparlos por un criterio de similitud.

Los mapas auto-organizados o mapas de Kohonen permiten crear una imagen de un espacio de entrada multidimensional en un espacio de salida de menor dimensión, normalmente una o dos. Es decir, el espacio de entrada queda presentado por la capa de neuronas de entrada y la otra capa de neuronas establece la dimensión de salida, que realiza el procesamiento de la información de entrada. Para ello, la segunda capa se conecta a la de entrada mediante un conjunto de pesos que determinan la intensidad con la que se propaga la información de una neurona de la entrada a la otra neurona de la segunda capa. De este modo se realiza el producto escalar entre vector de entrada y la matriz de pesos de las conexiones, este proceso se repite buscando ajustar el error a una cota prefijada y para ello en cada iteración se corrigen los valores de la matriz de pesos.

Finalmente, resulta una proyección no lineal del espacio multidimensional de entrada en un plano, al tiempo que se mantienen las características esenciales de los datos. Esta representación bidimensional de los datos recibe el nombre de mapa auto-organizado. Su denominación responde al hecho de la evidencia experimental existente que permite concluir que en determinadas zonas del cerebro las neuronas que permiten identificar los



rasgos se encuentran organizadas respetando una configuración determinada. Cuando un estímulo proviene reiteradamente de zonas vecinas de los sensores de la piel, se accionan zonas vecinas de neuronas del cerebro. Muchos problemas de clasificación de patrones y análisis de clústeres se han abordado con esta herramienta propia de las redes neuronales artificiales y de la inteligencia artificial. Su potencial radica en la posibilidad que aporta al permitir la reducción de dimensiones y extracción de rasgos fundamentales de un conjunto de datos. A tal efecto es oportuno consultar las referencias citadas en el artículo entre las que se destacan Freeman y Skapura (1993).

## RESULTADOS

En primer lugar, se muestran los resultados provenientes del Análisis de Componentes Principales aplicado sobre la calificación en las siete competencias y la nota final tradicional. En la Tabla 1 se muestran los coeficientes de correlación entre estas variables cuantitativas. Se indica si este valor es altamente significativo (\*\*), significativo al 5% (\*) o no significativo (ns):

**Tabla 1. Correlaciones entre variables**

	Nota	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
Nota	1							
C1	0,9140 (**)	1						
C2	0,9070 (**)	0,9410 (**)	1					
C3	0,6237 (*)	0,5409 (*)	0,5855 (*)	1				
C4	0,5445 (*)	0,3433 <sup>ns</sup>	0,4193 <sup>ns</sup>	0,8939 (**)	1			
C5	0,5186 (*)	0,4597 <sup>ns</sup>	0,5358 (*)	0,9459 (**)	0,8077 (**)	1		
C6	0,9335 (**)	0,9320 (**)	0,9264 (**)	0,6453 (**)	0,5275 (*)	0,5746 (*)	1	
C7	0,9529 (**)	0,9156 (**)	0,9037 (**)	0,6135 (*)	0,5220 (*)	0,5220 (*)	0,9570 (**)	1

**Fuente:** elaboración propia.

Las correlaciones son positivas, lo que implica relación directa entre las variables. Esto se traduce en que a medida que aumenta (disminuye) la puntuación de una de las competencias, aumenta (disminuye) la calificación de las otras. Las correlaciones entre las competencias C1 y C4, C2 y C4, C1 y C5 no son significativas. Es decir, que estas competencias no están correlacionadas. Un estudiante puede ser hábil en la operatoria, calculando, al plantear y resolver problemas, sin necesariamente tener condiciones para argumentar, representar entidades matemáticas y modelar matemáticamente. Se observa que la calificación dada en forma tradicional está más relacionada a las competencias C1, C2, C6 y C7. Es decir, esta calificación está asociada a las habilidades de pensar matemáticamente, plantear y resolver problemas, utilizar símbolos y comunicar matemáticamente.

La Tabla 2 muestra los autovalores hallados a partir del Análisis de Componentes Principales. Se observa que con las dos primeras componentes se explica un 93,83% de la variabilidad total del sistema. Es decir, el análisis a partir del gráfico bidimensional ocasiona una pérdida mínima de información respecto de los datos originales.



**Tabla 2. Autovalores del ACP**

Lambda	Valor	Proporción	Prop. Acum
1	6,0265	0,7533	0,7533
2	1,4802	0,1850	0,9383
3	0,2574	0,0322	0,9705
4	0,0740	0,0093	0,9798
5	0,0635	0,0079	0,9877
6	0,0503	0,0063	0,9940
7	0,0326	0,0041	0,9981
8	0,0154	0,0019	1,0000

Fuente: elaboración propia

En la Figura 1 se muestra el gráfico obtenido de la aplicación del ACP. En el mismo se representan los individuos (estudiantes) y las variables (calificaciones) simultáneamente.

La primera componente ordena a los individuos en cuatro grupos, representados en cada caso con un óvalo. La Tabla 3 contiene los pesos de las variables en las dos primeras componentes (autovectores). Se observa que todas las variables son contributivas a la conformación del primer eje. Esto se traduce en un efecto “tamaño” en función del cual los estudiantes se ordenan de menor a mayor calificación en el eje horizontal. Las competencias C3, C4 y C5 contribuyen a la conformación del segundo eje, formando un gradiente oblicuo del 3º al 1º cuadrante, caracterizado por competencias que van más allá de la operatoria.

**Tabla 3. Pesos de las variables en los ejes factoriales (Autovectores)**

Variables	e1	e2
Nota	0,3818	-0,2027
C1	0,3640	-0,3250
C2	0,3725	-0,2537
C3	0,3346	0,4490
C4	0,2862	0,5203
C5	0,3053	0,4832
C6	0,3876	-0,1912
C7	0,3817	-0,2158

Fuente: elaboración propia.

Estas consideraciones permiten describir a continuación a los grupos de estudiantes. Se diferencian cuatro grupos, identificados de izquierda a derecha.

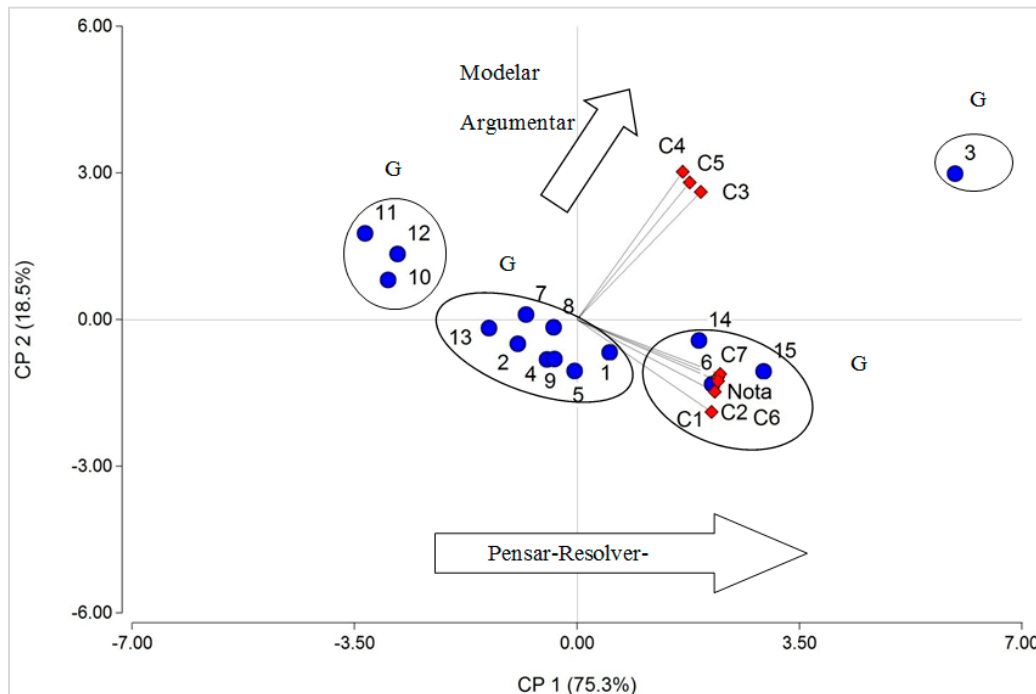
El Grupo 1 está formado por los estudiantes que han obtenido las menores calificaciones en las competencias relativas a pensar matemáticamente, plantear y resolver problemas, utilizar símbolos y comunicarse matemáticamente. También obtuvieron bajas calificaciones en la nota tradicional. Respecto a las competencias de argumentación, representación y modelado, obtuvieron calificaciones medias.

El Grupo 2 está formado por estudiantes que poseen pocas habilidades para argumentar y modelar matemáticamente, y para representar entidades matemáticas. Tanto en el resto de las competencias como en la nota tradicional han presentado calificaciones promedio, salvo el estudiante 1 que tiene calificaciones más altas que el resto del grupo y el estudiante 13 que tiene calificaciones más bajas.

Los estudiantes del Grupo 3 son hábiles para pensar matemáticamente, plantear y resolver problemas, utilizar símbolos y comunicar matemática. Estos estudiantes fueron capaces de especificar rangos de aplicación de los resultados, distinguir y resolver problemas teóricos y prácticos, así como de expresar correctamente en forma escrita los resultados. Sin embargo, no muestran tener habilidades para modelar y argumentar matemáticamente. Asimismo han obtenido una alta calificación en el examen final. Esto refuerza la idea de que la nota con que se evalúa tradicionalmente un examen final en esta asignatura está centrada mayormente en las competencias relativas a la operatoria.

Como se ve en la Figura 1 se destaca particularmente el Grupo 4 que está formado por un único individuo, el estudiante 3, quien logra altas calificaciones cumpliendo los requisitos de modelar matemáticamente e interpretar resultados en su contexto y que al mismo tiempo presenta habilidades de cálculo, empleo de símbolos y expresión correcta de resultados.

**Figura 1. Gráfico de componentes principales**



**Fuente:** elaboración propia.

Las variables cualitativas que se incorporan para la segunda etapa del análisis registraron los siguientes resultados:

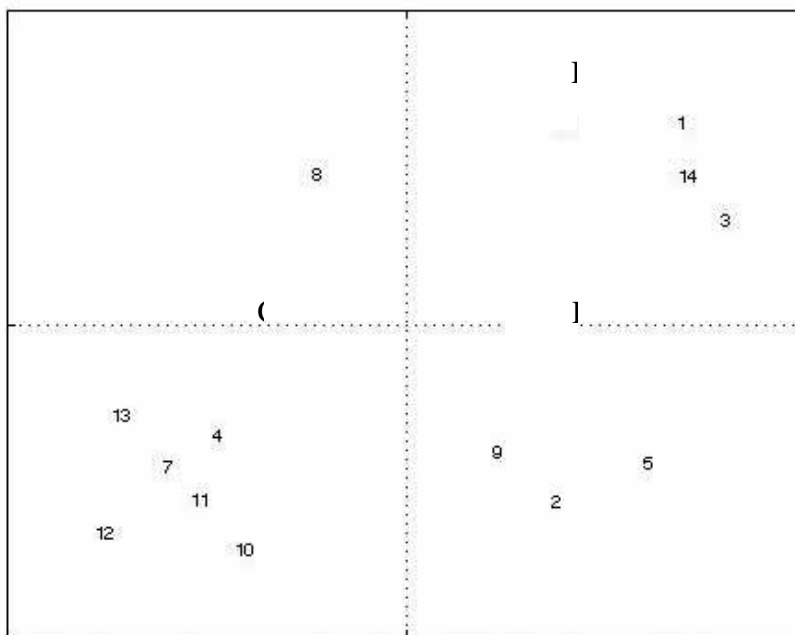
Participación en clase: 53,33% alta y 46,66% baja.

Manejo de bibliografía: 33,33 % muy adecuado; 13,33% adecuado y 53,33 % insuficiente.

Asistencia a clase: 40% alta; 13,33% buena y 46,66% esporádica.

El SOM permitió incorporar competencias que han sido observadas en el transcurso de la cursada de la asignatura. Esta herramienta de análisis da por resultado un gráfico en el que se muestra el agrupamiento de los individuos. Además, mediante una escala de grises permite indicar la intensidad que tiene cada variable en cada grupo. Para este trabajo se utilizó el toolbox de Matlab "The Kohonen and CP-ANN" creado por Ballabio, Consonni y Todeschini (2009). En la Figura 2 se muestra el mapa obtenido.

**Figura 2: Mapa de Kohonen**



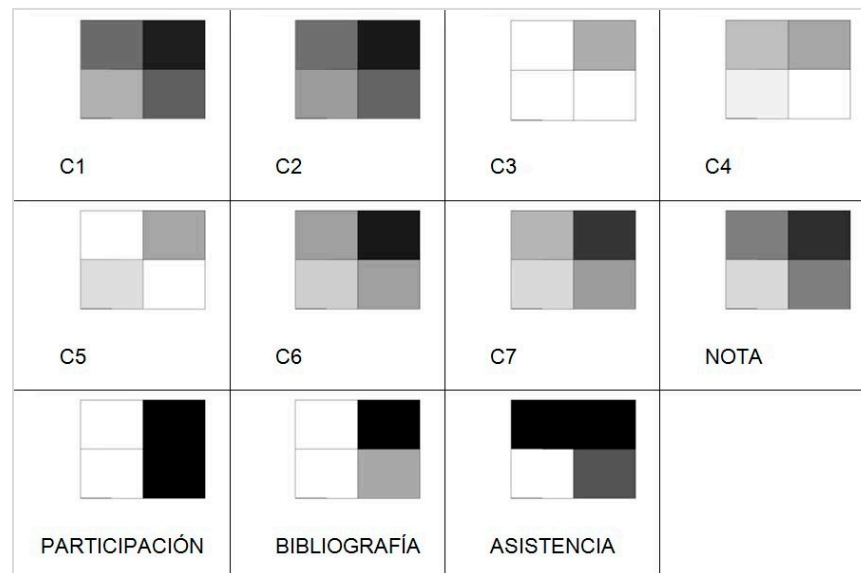
**Fuente:** elaboración propia.

Lo primero que se observa es que los grupos se modifican al incorporar la nueva información. Estudiantes aislados en el gráfico de ACP ahora, al incorporar variables cualitativas, integran un único grupo de estudiantes, ubicados en la neurona B, con altas notas y alto desempeño en competencias relacionadas con aspectos sociales y de comunicación. Los estudiantes 6, 14 y 15 pertenecían al grupo 3 del ACP, es decir, no obtuvieron buenas calificaciones en las competencias referidas a argumentación y modelación. Lo mismo pasa con el estudiante 1, que tenía las calificaciones más altas del grupo 2.

Que se hayan agrupado con el estudiante 3 es un indicio, de que si bien no pudieron argumentar en forma escrita, han participado en clase respondiendo preguntas del docente, identificando hipótesis, condiciones necesarias y suficientes, etc. Este resultado sustenta la idea de que la evaluación por competencias no se realiza solamente mediante un examen escrito. Si se tiene la posibilidad de realizar un seguimiento de los estudiantes de forma más personalizada, es factible evaluar sus habilidades en diferentes ámbitos o mediante distintas formas de comunicación.

Nuevamente se puede apreciar un grupo con un único estudiante, el estudiante 8, que se destaca del resto porque presenta calificaciones promedio en todas las competencias cuantitativas. Los estudiantes del grupo 2 del ACP están ahora repartidos en las cuatro neuronas. La incorporación de las tres variables cualitativas permitió desagregar este grupo que era mayoritariamente de comportamiento promedio.

**Figura 3. Variables en el Mapa de Kohonen**



**Fuente:** elaboración propia.

## CONCLUSIONES

La enseñanza por competencias aporta un modelo educativo que motiva al educador a orientar su práctica hacia aspectos integrales, en la búsqueda de insertar contenidos transversales tendientes a una formación más completa del estudiante. Esto no constituye en sí una novedad, ya que fue expuesto por diversos autores citados en este trabajo, salvo que este estudio estuvo estructurado en un curso universitario de matemática, específicamente de Ecuaciones Diferenciales, que es una asignatura del ciclo básico de formación en el que se observa frecuentemente que los modelos innovadores de enseñanza se encuentran un tanto relegados.

Se analizaron los resultados de un examen escrito en el cual se puntuaron siete competencias específicas del campo de la matemática. Además, se obtuvo una nota final realizada por un docente que enseña y evalúa de manera tradicional, con la finalidad de estudiar posibles relaciones entre el método tradicional y por competencias. Por otra parte, se incorporaron tres variables de tipo cualitativo, provenientes de la valoración a través de la observación de los estudiantes en su actividad áulica. Los datos se analizaron incorporando herramientas de estadística y de inteligencia artificial, en particular el Análisis de Componentes Principales (ACP) y el Mapa Auto-organizado (SOM).

Se observa a través del ACP la conformación de dos gradientes que agrupan a diferentes competencias. Por un lado, aquellas relacionadas con las habilidades de plantear y resolver problemas, pensar matemáticamente y comunicar matemática. A su vez, la nota asignada a través de una evaluación tradicional se asoció con estas competencias, poniendo en evidencia que el modelo de evaluación tradicional se circunscribe a apreciar el nivel de dominio de los conocimientos declarativos y procedimentales específicos de la asignatura. Por tanto, la evaluación por competencias ofrece una instancia complementaria para analizar habilidades que se quieren desarrollar en el estudiante y que con una perspectiva tradicional pueden pasarse por alto.

El otro grupo de variables está formado por las competencias de argumentación, representación y modelado, en las que se obtuvieron las menores calificaciones. Son aquellas competencias para las cuales los estudiantes tienen mayores dificultades, en particular, la modelación en matemática requiere no solo de la comprensión del problema real, sino que además necesita que el estudiante pueda establecer una idealización del mismo para la cual necesita de la matemática. Esta es tal vez la competencia en la que adquiere relevancia la temática elegida para este trabajo, que son las ecuaciones diferenciales, y constituye un requisito primordial a la hora de acreditar la asignatura.

Los grupos de estudiantes que se conformaron a través de este ACP fueron modificados al incorporar las variables cualitativas. El análisis conjunto realizado a través del SOM muestra que es necesario que la evaluación por competencias se realice mediante diferentes dispositivos metodológicos, ya que cada uno aporta distintas valoraciones, en particular la observación da cuenta del grado de dominio que un estudiante posee de determinada competencia mediante su actuación en contexto. Concretamente, si solamente se hubiera tenido en cuenta el examen final, solo un estudiante tendría altas calificaciones en todas las competencias evaluadas.

Al incorporar la observación, una baja calificación en la competencia relativa a la argumentación puede ser compensada con un alto grado de participación en clase, ya que es probable que la dificultad se encuentre en la escritura de los argumentos más que en la comprensión de los mismos. De esta manera, la evaluación de la expresión oral puede complementar la evaluación mediante la expresión escrita.

Tanto el ACP como el SOM han mostrado ser herramientas de utilidad en el análisis de los datos relevados en esta investigación. Ambas son técnicas de reducción de la dimensionalidad que permitieron analizar un gran número de variables en forma simultánea. Los resultados obtenidos permitieron tener un conocimiento más acabado del





fenómeno, posibilitando establecer relaciones entre variables y caracterizaciones de los estudiantes en función de la información contenida en todas las variables estudiadas.

La evaluación por competencias debe considerarse como una evaluación de proceso, por lo que implica una retroalimentación para el docente con la finalidad de revisar los objetivos educativos y los mecanismos didácticos que permitan reconducir la práctica docente hacia un nivel de aprendizaje superador.

En referencia al párrafo anterior, y a fin de complementarlo y ejemplificarlo, los resultados de esta investigación, particularmente en el contexto de las ecuaciones diferenciales, muestran que los estudiantes tienen habilidad operativa y para manipular expresiones algebraicas pero no evidencian el mismo nivel en situaciones que exigen plantear un modelo matemático a partir de una descripción verbal proveniente de un fenómeno de la vida real y en problemas que requieren la argumentación de resultados. Muchos aspectos deben corregirse para lograr cumplir con este objetivo.

Es evidente que una articulación correcta de los programas y las estrategias didácticas en relación con otras asignaturas puede fomentar más las actividades referidas al planteo matemático de situaciones provenientes de la realidad. En otras ocasiones conspira contra el logro de los objetivos citados la premura que presentan los docentes para cumplir con los programas sacrificando las etapas de búsqueda y análisis, que muestren al estudiante los caminos por los que se debe transitar para plasmar un modelo matemático de una situación problemática dada.

Este es un tema muy ambicioso para ser tratado en este trabajo, pero sí puede mencionarse por experiencia de trabajo en el aula que para privilegiar tales aspectos de la enseñanza es importante que el docente tome su tiempo para despertar interés y hábitos procedimentales en los estudiantes. Para ello puede ser útil, y a los fines de complementar el programa, reorganizar el material y en esta nueva reestructuración establecer pausas para tratar concretamente problemas de modelización y argumentación matemática.



### Anexo 1. Examen final de la asignatura Análisis Matemático III

#### Examen Final de Análisis Matemático III

1. a) Escriba la ecuación diferencial que modela el movimiento de un sistema masa resorte y el de un circuito eléctrico RLC. Establezca una analogía entre los dos modelos. Grafique la solución de la ecuación diferencial en el caso de un movimiento oscilatorio no amortiguado sin fuerzas externas.  
b) Muestre que si  $y_1$  e  $y_2$  son soluciones de la ecuación  $y'' + py' + qy = 0$  entonces, toda solución puede expresarse como combinación lineal de  $y_1$  e  $y_2$ . Muestre que siempre se pueden encontrar constantes para que la solución se pueda escribir de ese modo.
2. a) Enuncie el Teorema de Frobenius.  
b) Determine el radio mínimo para la convergencia de la solución de la ecuación diferencial  $x(x^2 + 1)y''(x) + y'(x) - 4y(x) = 0$  en torno del punto  $x = 0$ .
3. a) Calcule los cinco primeros términos de la serie de Fourier de senos para la función:  $f(x) = 1, 0 < x < \pi$  y  $f(x) = -1, \pi < x < 2\pi$ . Grafique.  
b) Aplique el Teorema de convergencia puntual para analizar la convergencia de la serie obtenida en el inciso anterior. Grafique la función a la que converge la serie.
4. a) Enuncie las propiedades que caracterizan a la función delta de Dirac  $\delta(t - a)$ , calcule la transformada de Laplace de  $-3\delta(t - a)$ .  
b) Analice si la función  $f(t) = \cosh(t^2)$  es de orden exponencial.
5. Aplique el método de separación de variables y resuelva el problema siguiente:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, & 0 < x < a; 0 < y < b \\ u_x(0, y) = u_x(a, y) = 0 & 0 < y < b \\ u(x, b) = 0; u(x, 0) = -12\cos(x) + 3\cos(3x), & 0 < x < a \end{cases}$$

Interprete físicamente las condiciones de frontera.



## Anexo 2. Competencias evaluadas

Ejercicio	Competencias
1.a	C2, C3, C5, C6
1.b	C1, C4
2.a	C6, C7
2.b	C1, C2
3.a	C2, C5, C3
3.b	C1, C2, C3, C5
4.a	C6, C7
4.b	C2, C6
5.	C2, C3, C4, C7

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ausubel, D.; Novak, J. y Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. México. Editorial Trillas.
- Freeman, J. y Skapura, D. (1993). *Redes neuronales. Algoritmos, aplicaciones y técnicas de programación*. España. Editorial Addison-Wesley.
- Hilera, J. y Martínez V. (2000). *Redes Neuronales Artificiales: Fundamentos, modelos y aplicaciones*. España. RA-MA Editorial.
- McDonald, R.; Boud, D.; Francis, J y Gonczi, A. (1995). Nuevas perspectivas sobre la evaluación. Sección para la Educación Técnica y Profesional. Boletín Cinterfor. Número 149. (Pp. 41-72).
- Moreno, T. (2012). La evaluación de competencias en educación. Documento en línea. Disponible en: [http://www.sinectica.iteso.mx/?seccion=articulo&lang=es&id=555\\_la\\_evaluacion\\_de\\_competencias\\_en\\_educacion](http://www.sinectica.iteso.mx/?seccion=articulo&lang=es&id=555_la_evaluacion_de_competencias_en_educacion). Consulta: 05/04/2014
- Niss, M y Højgaard, T. (2011). *Competencies and Mathematical Learning. Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. Dinamarca. IMFUFA, Universidad Roskilde.
- Novak, J. y Gowin, B. (1988). *Aprender a aprender*. España. Martínez Roca.
- Obaya, A. y Ponce, R. (2010). Evaluación del aprendizaje basado en el desarrollo de competencias. ContactoS. Número 76. (Pp. 31–37).
- Peña, D. (2002). *Análisis de datos Multivariantes*. México. Mc Graw Hill.
- Pérez, D. (2004). *Técnicas de Análisis Multivariante de datos. Aplicaciones con SPSS*. México. Pearson Educación.



Tobón, S. (2004). Formación basada en competencias. Pensamiento complejo, diseño curricular y didáctica. Colombia. Ecoe Ediciones.

Tobón, S. (2006). Aspectos básicos de la formación basada en competencias. Documento en línea. Disponible en: [http://www.urosario.edu.co/CGTIC/Documentos/aspectos\\_basicos\\_formacion\\_basada\\_competencias.pdf](http://www.urosario.edu.co/CGTIC/Documentos/aspectos_basicos_formacion_basada_competencias.pdf). Consulta: 22/04/2014.

Valverde, J.; Revuelta, F. y Fernández, M. (2012). Modelos de evaluación por competencias a través de un sistema de gestión de aprendizaje. Experiencias en la formación inicial del profesorado. Revista Iberoamericana de Educación. Número 60. (Pp. 51-62)

Villa, A. y Poblete, M. (2007). Aprendizaje Basado en Competencias. Una propuesta para la evaluación de las competencias genéricas. España. Universidad de Deusto.

Villanueva, G. (2006). Las matemáticas por competencias. Documento en línea. Disponible en: [http://dcb.fi-c.unam.mx/Eventos/Foro3/Memorias/Ponencia\\_67.pdf](http://dcb.fi-c.unam.mx/Eventos/Foro3/Memorias/Ponencia_67.pdf). Consulta: 15/04/2014.

Zavala, M. (2003). Las competencias del profesorado universitario. España. Narcea.