



## Un enfoque constructivista en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática para el desarrollo de competencias

Recepción: 15/04/2011

Revisión: 01/06/2011

Aceptación: 21/08/2011



**Leiva Abdala**

Universidad Nacional de Santiago del Estero - Argentina  
[sabdala8@gmail.com](mailto:sabdala8@gmail.com)



**Marian Palliotto**

Universidad Católica de Santiago del Estero - Argentina  
[danielap@unse.edu.ar](mailto:danielap@unse.edu.ar)

### Resumen

Elaborar una propuesta de enseñanza de la matemática orientada al desarrollo de la comprensión exige fundamentalmente, preguntarse por el enfoque epistemológico presente en la configuración de las prácticas docentes. Es decir, es necesario producir un proceso de reflexión acerca del modelo del saber matemático que está presente en las prácticas. En este sentido, en el contexto del Proyecto PICTO Código 36555-286 (2008-2009), aprobado por la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica "La investigación de las propias prácticas como estrategia posibilitadora de una enseñanza orientada a la comprensión", se produce un proceso de reflexión acerca del modelo del saber matemático que, regularmente, está presente en las prácticas de enseñanza y de aprendizaje de este ámbito disciplinar en el nivel de enseñanza superior no universitaria. La tendencia predominante que concibe una relación lineal entre investigación y prácticas educativas, orienta al docente a la búsqueda de nuevos enfoques de investigación educativa que posibiliten a los propios actores reconocer las problemáticas que se presentan en los procesos concretos de enseñanza y aprendizaje en sus contextos reales de desarrollo. Al recurrir a la sociología del conocimiento, se tendrá la opción de ejercer la vigilancia epistemológica que abre espacios para el surgimiento y el intercambio de críticas acerca de las propias prácticas, como estrategia para superar posiciones conformistas y avanzar de manera genuina en la mejora de la calidad educativa.

**Palabras clave:** Constructivismo, matemática, competencias.



## **A constructivist approach in mathematics teaching and learning for skills development**

### **Abstract**

The elaboration of a proposal for teaching Mathematics oriented towards comprehension development basically involves reflecting on the epistemological approach that is present in the teaching practice. That is to say, it is necessary to bring about a reflective process about the pattern of mathematical knowledge that is present in such practice. In this sense, within the Project PICTO Code 36555-286 (2008-2009) and approved by National Scientific and Technological Promotion Agency "In research of own practices as an enabler strategy of a teaching focused on comprehension", a process of reflection about the the pattern of mathematical knowledge is produced which regularly is present in the teaching and learning process at a high school level. The prevailing trend which sees a linear relationship among research and educational practices leads the teacher to the quest for new educational research approaches that will enable the actors involved to recognize the problematic issues present in the actual teaching-learning processes in their particular contexts of development. By appealing to sociology of knowledge, the option to exercise epistemological surveillance will be obtained which opens up spaces to the emergency and exchange of critics about the teaching practice itself as a strategy to overcome a conformist positions and thus, to move forward authentically towards a better educational quality.

**Keywords:** Constructivism, mathematics, competences.

## **Un approccio costruttivista nell'insegnamento apprendimento della matematica per lo sviluppo di competenze**

### **Riassunto**

Elaborare una proposta di insegnamento della matematica indirizzata allo sviluppo della comprensione, esige fundamentalmente la domanda sull'approccio epistemologico che sta alla base delle pratiche. Cio'è, si deve produrre un processo di riflessione circa il modello del sapere della matematica presente nella pratica. In questo senso, nel contesto del Progetto PICTO Codice 36555-286 (2008-2009), approvato dalla Agenzia Nazionale della Promozione Scientifica e Tecnologica, "Nella ricerca delle proprie pratiche come strategie fattibili per un insegnamento indirizzato alla comprensione", si produce un processo di riflessione circa il modello del sapere della matematica che regolarmente è presente nelle pratiche di insegnamento ed apprendimento di questa disciplina a livello del liceo. La tendenza predominante è quella che concepisce una relazione lineale tra ricerca e pratica educativa che orienta al docente verso la ricerca di nuovi approcci sulla ricerca educativa che permettano ai propri attori di riconoscere i problemi che si presentano nei processi concreti di insegnamento ed apprendimento nei loro contesti di sviluppo. Seguendo la sociologia della conoscenza, si avrà l'opzione di esercitare la sorveglianza epistemologica che apre spazi per il sorgimento e interscambio di critiche sulle proprie pratiche come strategie per superare posizioni conformiste ed così avviarsi in modo genuino verso il miglioramento della qualità educativa.

**Parole chiave:** Costruttivismo, matematica, competenze.



### **La enseñanza de la matemática para el desarrollo del pensamiento comprensivo**

Para avanzar en una propuesta de enseñanza de la matemática orientada al desarrollo de la comprensión resulta esencial preguntarse por el enfoque epistemológico presente en la configuración de las prácticas docentes.

En este sentido, en el contexto del Proyecto PICTO Código 36555-286 (2008-2009), aprobado por la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica “La investigación de las propias prácticas como estrategia posibilitadora de una enseñanza orientada a la comprensión” se produce un proceso de reflexión acerca del modelo del saber matemático que, regularmente, está presente en las prácticas de enseñanza y de aprendizaje de este ámbito disciplinar en el nivel de enseñanza superior no universitaria.

El Proyecto mencionado estaba orientado hacia los siguientes objetivos:

- Analizar los planteos conceptual y metodológico presentes en las programaciones de los espacios curriculares, de nivel superior universitario y no universitario que participan en la investigación.
- Delimitar desde el punto de vista epistemológico y metodológico las ciencias con las que se identifican los diferentes espacios curriculares analizados.
- Determinar, en función de la delimitación epistemológica y metodológica, los procesos de pensamiento a los que deberían orientarse las prácticas pedagógicas para el desarrollo de la comprensión.
- Analizar el desempeño académico de las cuatro últimas cohortes en los espacios curriculares objeto de estudio (porcentajes de regularización y aprobación).
- Analizar, en una muestra de las dos últimas cohortes, qué competencias de pensamiento superior han desarrollado.
- Analizar las prácticas de gestión en el cotidiano institucional, en relación con las posibilidades y obstáculos que representan para el desarrollo de una cultura del pensamiento.
- Construir propuestas para la enseñanza y la evaluación de la comprensión en los diferentes espacios curriculares incluidos en la investigación.

En la delimitación del marco teórico del Proyecto antes mencionado, se asume que existen sobrados antecedentes nacionales e internacionales acerca de aquellos intentos de búsqueda de mejora de la calidad de la educación, a partir de la aplicación de los conocimientos que aporta el mundo de la investigación, concebidos en una relación lineal causa-efecto, sin tener en cuenta los contextos de la realidad educativa, que sistemáticamente alcanzaron escasos o nulos avances.



Esta tendencia, constante en las prácticas, orienta a la búsqueda de nuevos enfoques de investigación educativa que posibiliten a los propios docentes reconocer las problemáticas que se plantean en los procesos de enseñanza y de aprendizaje, en sus contextos reales de desarrollo, como estrategia que permitirá asumir desde la investigación una mejora genuina de la calidad de la educación.

Eisner (1998) sostiene que el estudio cualitativo de aulas concretas y profesores concretos en aulas concretas, hace posible proporcionar una retroalimentación a los profesores, que es fundamentalmente diferente a la clase de información que ellos reciben en los programas educativos de perfeccionamiento o a través de las publicaciones periódicas.

Esta opción por una perspectiva de interpretación de las propias prácticas, se fundamenta en la autoobservación de las mismas, como el motor dinamizador en la introducción de cambios que conviertan en posible el deseo de mejorar la calidad de la educación.

Desde la perspectiva de Bourdieu se podría plantear (Abdala y Castiglione, 2004) cuál es la posibilidad de modificar los habitus (percepciones y apreciaciones) desde los que los docentes asumen las prácticas en el campo educativo. Recurriendo a la sociología del conocimiento educativo se tiene la opción de ejercer la vigilancia epistemológica que permitirá el surgimiento y el intercambio de críticas acerca de la práctica educativa, como estrategia para superar las posiciones conformistas.

Esto es posible porque en el contexto de las prácticas educativas se produce la construcción de sentido y si esta construcción se hace desde una racionalidad crítica y autocrítica, ello permitirá producir la subversión de las condiciones objetivas subjetivadas.

Si desde una racionalidad crítica se decide enseñar la comprensión y generar en el aula (Tishman y otros, 1997) una cultura del pensamiento, resultará condición sine qua non que el docente alcance claridad respecto a qué se entiende por comprensión y cuáles son las estrategias que le posibilitarían, desde una práctica crítica, promover la enseñanza de la comprensión.

Armonstrong (1999) sostiene que antes de aplicar un modelo de aprendizaje en el entorno de un aula, primero se debería aplicar a los mismos educadores y estudiantes adultos, porque a menos que se tenga una comprensión de la teoría ligada a la experiencia y se haya personalizado su contenido, es difícil comprometerse a usarla con los alumnos.

El proyecto de investigación colaborativa sobre Enseñanza para la Comprensión (Stone, 2003) plantea un fundamento conceptual capaz de sustentar el propósito de encarar, de manera consistente, en la condición de docentes, una investigación profunda de las propias prácticas y sus significados, como también de generar alternativas de cambio sostenidos, en vinculación con los modos cotidianos de organizar, desarrollar y evaluar las actividades de enseñanza y de aprendizaje.



Siguiendo el pensamiento de Bourdieu en su análisis del campo intelectual como un mundo aparte, se considera que sólo generando el espacio para la crítica se podrá producir lo que él llama revolución por excelencia, en tanto revolución simbólica que trastorna las estructuras mentales (habitus).

La propuesta de avanzar en la indagación teórica y empírica de los procesos de enseñanza y aprendizaje determinó la opción por la metodología cualitativa con la intencionalidad de construir, desde los aportes teóricos conceptuales específicos y desde la reflexión de la propia práctica, propuestas de actividades de enseñanza que desencadenen y orienten un aprendizaje comprensivo.

La opción metodológica se justifica desde el convencimiento que sólo esta perspectiva permitirá a los docentes poder desentrañar los significados de las prácticas, analizarlos tanto en el nivel discursivo, en cuanto tal, como valorarlos en su real repercusión en la generación de un aprendizaje comprensivo.

Por otra parte, la opción por esta metodología obedece a la necesidad de atender las características del objeto de estudio que, por su misma naturaleza, presenta una multiplicidad de dimensiones de análisis, que no podrían ser indagadas desde un recorte experimental.

Desde esta perspectiva, (Carr, 1996), se asume que los esquemas conceptuales desde los cuales construyen las prácticas los docentes, no forman parte de las teorías de los teóricos, sino que representan la construcción teórica de la práctica por parte de los mismos docentes.

Teniendo en cuenta que el objetivo no está en estudiar los significados ya producidos, sino que se quiere indagar en el mismo proceso de construcción de esos significados y la posibilidad de incidir en ese proceso, para generar una dinámica de intercambio basada en una racionalidad crítica.

Esto exige mantener la vigilancia epistemológica necesaria para asumir desde una conciencia autocrítica los significados presentes en el diseño y en el desarrollo de las prácticas de enseñanza, analizar su correspondencia o disonancia, y reconstruir las prácticas en orden a la intencionalidad de desarrollar un aprendizaje comprensivo.

### **Las perspectivas epistemológicas en los fundamentos de las prácticas**

En general, los profesores de matemática se interesan en estudiar los fundamentos de la validez de las teorías matemáticas, en observar y explicar los procesos de descubrimiento matemático y finalmente en investigar los modos de producir la enseñanza de tales procesos, como exponen Sierpinska y Lerman (1996).

Pero al abordar la tarea de orientar el aprendizaje del saber matemático, se debe asumir que no se puede presentar descontextualizado, ya que de este modo no se genera la posibilidad de despertar en el estudiante el pensamiento crítico, de desandar el difícil camino que llevó a la formulación de las diferentes teorías y conceptos. Se deja de lado,



precisamente, el hecho de que es necesario, en esa interacción docente-alumno, en esa difícil práctica de lograr el entendimiento del pensamiento matemático, posibilitar los procesos de reconstrucción de significados.

Siguiendo a Gascón (1994) se recupera la evolución del planteo epistemológico, en tanto referente en la definición del modelo didáctico, y se distinguen tres perspectivas de organización del conocimiento matemático: teorías euclídeas, teorías cuasiempíricas y teorías constructivistas que determinan particulares modelos docentes presentes en las prácticas.

En el análisis de las prácticas cotidianas de enseñanza y aprendizaje en el nivel superior, es posible reconocer claramente su fundamentación en la perspectiva epistemológica euclideana, ya que se parte de un conjunto finito de axiomas que incluyen términos perfectamente conocidos, que se pueden caracterizar como términos primitivos. El planteo matemático queda centralizado, casi excluyentemente, en el aspecto lógico, sin tener en cuenta la faz empírica.

Este posicionamiento teórico-epistemológico en la perspectiva euclideana se proyecta en dos tipos de modelos docentes: el teoricismo y el tecnicismo que conciben el proceso de enseñanza como un proceso mecánico totalmente controlable por el profesor.

La prevalencia de este posicionamiento docente se podría explicar, por un lado, desde el predominio del enfoque positivista en los procesos de formación educativa, que otorga valor central a las teorías cristalizadas, al conocimiento científico ya construido como producto de la investigación.

Por otro lado, desde el punto de vista metodológico didáctico, en tanto confiere cierta “seguridad” y “respaldo” al docente en un proceso educativo orientado, casi excluyentemente, en correspondencia con aquel enfoque, a la transmisión y fijación de teorías acabadas y aplicación de algoritmos, en el caso del modelo teorcionista, y a enseñar y a aprender técnicas, la mayoría de las veces algorítmicas, en el caso del modelo tecnicista.

Es importante interrogar acerca de las características que asumirían los procesos de enseñanza y de aprendizaje en el caso de los modelos teorcionistas y tecnicistas. En contextos de aplicación del modelo teorcionista será posible identificar alumnos con grandes problemas para utilizar teoremas, aplicar algoritmos o verificar propiedades o definiciones; la resolución de problemas pasa a ser una actividad secundaria y la epistemología y la didáctica pierden significación.

En el modelo tecnicista se olvidan los “verdaderos” problemas, cuya principal dificultad radica precisamente en elegir la técnica adecuada para construir una técnica de resolución. En el caso del modelo cuasiempírico se pone el énfasis en el proceso de descubrimiento.



Pasan a ser fundamentales los procedimientos no algorítmicos, tales como: conjeturar, contrastar, refutar, buscar contraejemplos, etc. Se supera la trivialización del conocimiento matemático que mecaniza el proceso de enseñanza.

En este modelo, la matemática se concibe organizada en sistemas deductivos en los que el valor de verdad emerge de los procesos de inferencia. En tal sentido, es esencial el giro epistemológico que produce el enfoque cuasiempírico, respecto al enfoque euclídeo, ya que en su contexto las teorías nunca dejan de ser conjeturales. Los enunciados básicos verdaderos (los teoremas) son explicados y se forman con el resto del sistema un todo no contradictorio.

Esencialmente desde la perspectiva de las teorías cuasiempíricas el análisis del conocimiento matemático no puede reducirse a la justificación de teorías matemáticas ya formalizadas y se pone énfasis en el proceso de descubrimiento. Este modelo epistemológico conduce a los siguientes modelos docentes:

- El Modernismo, que concede preeminencia a la actividad exploratoria, libre y creativa de problemas no triviales, que aceptan varias estrategias de resolución.
- El Procedimentalismo, que se focaliza en el dominio de sistemas estructurados de técnicas heurísticas y relaciona dos dimensiones o momentos de la actividad matemática: el momento exploratorio y el momento del trabajo de la técnica (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997).

### **Los aportes de la perspectiva epistemológica constructivista**

Esta perspectiva señala la insuficiencia de recurrir a los hechos que proporciona la historia de la ciencia para abordar el problema epistemológico y la necesidad de recurrir a los datos empíricos de la psicogénesis para alcanzar el conocimiento de los instrumentos y mecanismos del desarrollo científico.

La epistemología constructivista, en su preocupación por desentrañar los instrumentos y mecanismos del desarrollo comunes a la historia de la ciencia y a la psicogénesis, señala dos instrumentos de construcción de conocimiento matemáticos, que aparecen tanto en la historia como en la psicogénesis de los conocimientos de matemática: la abstracción reflexiva y la generalización completiva.

Esta perspectiva epistemológica proporciona un giro en la interpretación de la naturaleza de los objetos matemáticos que, en lugar de entidades lógicas, lingüísticas, se los considera construidos por las acciones u operaciones de los sujetos.

Resulta importante para el proceso didáctico los aportes que se derivan de esta particular concepción de los objetos matemáticos, ya que del hecho de considerarlos construidos por las acciones del sujeto se deriva, a su vez, la concepción de que las acciones del sujeto están coordinadas, que de esas coordinaciones se extraen formas que pueden desprenderse de sus contenidos, y que de las coordinaciones de esas formas



pueden surgir, por un proceso de reflexión, operaciones fundamentales en tanto punto de partida de las estructuras lógico-algebraicas.

El principio generador de la construcción de conocimiento, según Piaget y García (1982), es la búsqueda de motivos que supera la simple descripción de los fenómenos, ya que el sujeto que ha alcanzado cierto nivel de conocimientos no se complace con comprobar o descubrir, sino que busca hallar las razones de aquello que ha encontrado. Este paradigma da lugar a dos nuevos modelos docentes: constructivismo psicológico y constructivismo matemático que resultan complementarios en sus propuestas.

El constructivismo psicológico, al identificar “enseñar matemática” con posibilitar que los estudiantes “construyan” los conocimientos matemáticos, sin hacer referencia al contexto de dicha construcción, relaciona dos dimensiones diferentes de la actividad matemática: el exploratorio con el tecnológico-teórico (Chevallard, Bosch y Gascón; 1997) de manera que la actividad de resolución de problemas resulta un instrumento para la generación de conceptos.

Para el Constructivismo matemático, también identificado como “modelización”, aprender matemática es un proceso de construcción de conocimientos matemáticos a través de la utilización de un modelo matemático referido a determinado sistema en el que tienen su anclaje dichos conocimientos.

A estos enfoques constructivistas se les señala como debilidad que dejan de lado en el aprendizaje de la matemática, el papel que juega el desarrollo de las técnicas. Perspectivas epistemológicas y modelos didácticos: posibilidades y limitaciones.

La caracterización de los modelos docentes derivados de las diferentes perspectivas epistemológicas permite afirmar que no es posible reconocer ninguno de ellos en estado puro en la práctica, sino que, en general, en las instituciones educativas encontramos que los modelos que se desarrollan tienen un carácter mixto y complejo.

La tendencia que se reconoce en las prácticas concretas de adhesión a las perspectivas tecnicistas y algorítmicas de los conceptos radica, a priori, en la complejidad que conlleva poner en práctica un modelo constructivista en instituciones educativas con aulas superpobladas, programas rígidos, docentes taxis y modelos de gestión en los que la evaluación está orientada a “rendir cuentas”.

Cada uno de los enfoques epistemológicos que, a su vez, da lugar a un modelo docente, incide en la manera de organizar y desarrollar el proceso de enseñanza de la matemática en el aula.

Los modelos docentes clásicos se centralizan en lo relacionado con el interrogante: ¿cómo mecanizar y controlar la transmisión de teorías y el entrenamiento en el uso de técnicas algorítmicas?

En el contexto de los modelos modernistas la cuestión central es ¿cómo gestionar el proceso de descubrimiento inductivo y autónomo de los alumnos? Los dos modelos mencionados presentan la limitación de ser extremadamente reduccionistas, muestran los





problemas matemáticos muy aislados, fuertemente descontextualizados y ponen énfasis en una única dimensión de la actividad matemática.

La formulación del problema en los modelos docentes constructivistas se centra en ¿cómo posibilitar que los alumnos construyan los conocimientos matemáticos siguiendo ciertas etapas en dicho proceso de construcción? Este paradigma considera y conecta dos dimensiones de la actividad matemática, la exploratoria y la tecnológica-teórica, pero deja de lado las funciones de la técnica en el proceso de aprendizaje.

### **Los modelos docentes y el proceso de desarrollo de competencias**

En la propuesta de orientar los procesos de enseñanza y de aprendizaje en torno al desarrollo de competencias, es fundamental, desde la clara comprensión de la intervinculación entre planteo epistemológico-planteo didáctico, hacerse cargo de una cuestión que resulta central (Brousseau, 1987) ¿cómo modificar el modelo epistemológico ingenuo que está en la base de los modelos docentes habituales? Se trata de ampliar el objeto de estudio de la epistemología de tal manera de captar su base empírica, con la finalidad de posibilitar la comprensión de la complejidad de los modelos docentes.

Al respecto, Gascón (2001) plantea que la base empírica para abordar el problema epistemológico debe incluir “los hechos” que se producen en las instituciones educativas, en las cuales tienen lugar la denominada génesis “personal” de los conocimientos matemáticos.

Esto daría lugar a la confluencia del problema epistemológico y el problema didáctico y permitirá un abordaje de análisis del objeto de estudio de ambas disciplinas desde una perspectiva comprensiva. En este posicionamiento, la didáctica de la matemática se ocupa del proceso de reflexión de los modelos epistemológicos del saber matemático, pero enfocado al estudio de los fenómenos didácticos, y a su vez la epistemología de la matemática recurre a la base empírica constituida por lo que sucede concretamente en los sistemas didácticos.

Es fundamental reconocer la ineludible inclusión de la naturaleza disciplinar en la configuración de los “modelos docentes” y, también la inclusión de la dimensión didáctica en el abordaje de la problemática epistemológica disciplinar específica.

La comprensión del nivel de complejidad propio de los modelos docentes, desde los aportes de la reflexión epistemológica, en su intervinculación con la problemática didáctica, y desde los aportes de la reflexión didáctica, en su intervinculación con la problemática epistemológica, resulta condición sine qua non para intentar construir una propuesta de enseñanza y de aprendizaje orientada al desarrollo de competencias.

Estar conscientes de esta intervinculación permitirá, por un lado, (Morín, 1984) entender el conocimiento científico en su inscripción cultural, social e histórica, y por otro lado, la reintroducción del sujeto que conoce, en el conocimiento científico, es decir, la reintroducción autoreflexiva y crítica del sujeto en el conocimiento.



La significación que le atribuye Morín (1984; 84) al “conocimiento” resulta esclarecedor en la conceptualización de “competencias” al plantear que el conocimiento no se reduce a la información, sino que necesita de estructuras teóricas para poder dar sentido a la información y no caer en una “nube de desconocimiento”.

Morín enfatiza el hecho de que en estos tiempos la cantidad y complejidad de información a la que se ve enfrentado el hombre oscurece el conocimiento y esto torna más imperioso para los procesos formativos asumir la necesidad de desarrollar aquellas competencias que permiten ejercitar disposiciones autocríticas y reflexivas ante la información.

### **La necesidad e importancia del aprendizaje centrado en competencias**

Si se asume que las dificultades en el aprendizaje de la matemática se hacen más evidentes en la etapa de transición de los estudios secundarios a los estudios de nivel superior en tanto, en este último nivel, son causal de afligentes porcentajes de desgranamiento y de deserción, resulta inexcusable asumir el desafío de analizar cuáles son las características que asumen los procesos de enseñanza y de aprendizaje de esta disciplina.

A su vez, la tarea de desentrañar los modelos de enseñanza y aprendizaje supone hacerse cargo de reconocer los sustentos epistemológicos y metodológicos en los que se apoyan dichos modelos y de producir una revisión de los diseños curriculares, de las prácticas de enseñanza y de aprendizaje y de los modelos de evaluación de dichas prácticas.

Partir de una revisión de las prácticas educativas sin asumir que esa tarea remite, ineludiblemente, a la delimitación epistemológica de la disciplina en torno a la cual se produce la interacción didáctica en esas prácticas, es posicionarse en una perspectiva instrumental, que no permitirá disponer de una mirada comprensiva, que brinde entrada a la multiplicidad de dimensiones y variables que interactúan en la configuración de esas prácticas.

Ocuparse, como docentes y desde la tarea específica de organización, desarrollo y evaluación de las prácticas educativas, de la delimitación epistemológica de la disciplina, representa una condición sine qua non ya que, a partir del reconocimiento de la estructura, función y procesos propios de la misma, se podrá avanzar en la determinación de los procesos cognitivos a los que deben orientarse los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

En este punto de la reflexión es importante señalar que al ocuparse de la delimitación epistemológica y de los procesos cognitivos, a su vez, se debe asumir la importancia de contextualizar los mismos en la realidad en la que se enmarca el desarrollo del currículo.



### **La conceptualización de las competencias desde una perspectiva endógena**

En el I Encuentro Internacional de Rectores Universaria (2010) en Guadalajara, los rectores expresaron que los desafíos que tiene hoy la educación superior no se puede llevar a cabo sin un cambio sustantivo de los procesos docentes que la universidad realiza.

Al hablar de la actividad docente puntualizaron que se habla de un cambio de paradigma que supone cambiar de una formación basada en objetivos a una basada en competencias, tal como ya lo expresó en reiteradas oportunidades el Centro Interuniversitario de Desarrollo (CINDA). En un rápido recorrido por el nivel teórico se pueden recuperar algunas conceptualizaciones del término competencias.

La OCDE, Organización para la Cooperación del Desarrollo Económico (1999), entiende que las competencias se expresan en la capacidad de responder a demandas complejas y llevar a cabo tareas diversas de forma adecuada; suponen una combinación de habilidades prácticas, conocimiento, motivación, valores, actitudes, emociones y otros componentes sociales y de comportamiento que se movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz.

En la discusión por el blog, entre los rectores que participaron en la reunión en Guadalajara, se insiste en no olvidar la dimensión reflexiva y crítica que la educación debe darle a este enfoque por competencias.

Señalaron los rectores reunidos que el desarrollo de las competencias se relaciona con la adquisición de saberes, el saber hacer, en la vida y por la vida, el saber ser, el saber emprender, sin dejar de lado el saber vivir en comunidad y el saber trabajar en equipo.

Si bien sus orígenes provienen de lo laboral en la actualidad y sobre todo a nivel universitario se refieren a una formación integral del individuo, (ciudadano); las competencias actuales abarcan un conjunto de capacidades que permiten a la persona responsable ser competente para realizar múltiples acciones sociales, cognitivas, culturales, afectivas, laborales o productivas; proyectar y demostrar su capacidad para la resolución de problemas dentro de un contexto específico y a la vez cambiante.

Se quiere recalcar que el término competencias procede del mercado de trabajo, del mundo empresario, por ende, asumirlo es un desafío para la institución educativa ya que se debe posicionar en una dinámica endógena y preocuparse por producir una reconceptualización del término.

Parece fundamental recuperar el aporte de Díaz (2006), cuando en su artículo titulado "El enfoque de competencias en la educación, ¿una alternativa o un disfraz de cambio?" señala la ausencia de una perspectiva genealógica del concepto, perspectiva que permitirían recuperar su pregnancia social, es decir, permitiría entender cómo los



conceptos reconstruyen ciertos aspectos del momento histórico específico, por eso la alusión a que el concepto proviene del mundo de la empresa.

Desde el aporte de Perrenoud (1999) se entiende la competencia como “capacidad de actuar de manera eficaz en un tipo definido de situación, capacidad que se apoya en conocimientos, pero no se reduce a ellos”. Desde la perspectiva de este profesor suizo, el enfoque de competencias no significa volver la espalda a los conocimientos, se trata de volverlos útiles en el sentido más amplio de la expresión, es decir, hacerlos pertinentes para vivir.

El desarrollo en competencias permitirá atender las demandas de operar con los conocimientos, reelaborar los conceptos, aplicarlos a otras situaciones, ensayar nuevas opciones, es decir, ejercitar aquellas operaciones de pensamiento que permiten dar respuestas apropiadas tanto a los problemas de la vida ciudadana como a los de la vida profesional.

En este contexto teórico de reflexión conceptual sobre las competencias, se considera las mismas (Abdala, 2004) como disposición cognitiva, estrategia cognitiva, que permite asumir (lo cual implica definir, resignificar) una perspectiva conceptual que posibilita, a su vez, encarar una praxis en el sentido aristotélico, en tanto actuar responsable.

En consecuencia, correspondería a una actualización o resignificación de los esquemas conceptuales en vinculación con el contexto, lo que permitiría tomar una decisión teórica o teórico-práctica (en este segundo caso daría lugar a una acción) y producir una evaluación de la decisión tomada.

Perrenoud (1999) enfatiza que una de las aportaciones más importantes de la perspectiva de competencias es promover la movilización de la información en el proceso de aprendizaje, y en este sentido permite materializar la perspectiva Piagetiana sobre la conformación de los esquemas de acción.

Las competencias permiten poner en acción esquemas creados, que en la concepción piagetiana, no condenan a una repetición idéntica, sino que funcionan como una trama desde la que es posible tomar distancia para considerar la singularidad de una situación, lo que exige un posicionamiento reflexivo.

Aquí nuevamente se retoma al planteo presentado inicialmente acerca de la consonancia o disonancia que se puede esperar encontrar en la relación entre el nivel del diseño curricular, en este caso orientado hacia el desarrollo de competencias, y el nivel de las prácticas educativas que concretan un modelo didáctico determinado. ¿Qué razones profundas fundamentan y justifican la necesidad de enseñar a pensar?

- La cognición es un proceso de construcción. Se percibe y se aprende haciendo conexiones activas entre información y si no se lo ejercita no se lo tiene disponible para usarlo cuando se lo necesite.

- El aprendizaje efectivo es el autorregulado. Freire (1994) en esto es categórico, dice: “hablar de un autoaprendizaje”, en realidad, no conozco otro aprendizaje que el



autoaprendizaje, porque nadie puede aprender por mí, alguien me puede informar, pero que yo logre el aprendizaje, depende de mí.

- El aprendizaje supone ir más allá de la información que se maneja y generar significados de forma activa.

### **La determinación de competencias y las exigencias metodológicas**

La adopción del enfoque de competencias en la configuración de la propuesta de enseñanza y de aprendizaje supone la actualización de las potencialidades que posee el sujeto que aprende y, en consecuencia, exige plantearse por parte del docente, las exigencias que conlleva a nivel de estrategias metodológicas.

En función del concepto mismo de competencias, es imposible pensar que la adopción del enfoque de competencias permita dar continuidad al trabajo en solitario de los docentes de las diferentes disciplinas.

El desarrollo de las competencias supone y exige un proceso reflexivo y un trabajo cooperativo del profesorado universitario ya que, por una parte, el docente debe reubicarse en su propia tarea cediendo el lugar central al proceso de aprendizaje del alumno, por encima de su posicionamiento habitual como expositor de conocimientos.

Por otra, debe plantearse la integración de sus prácticas educativas con las demás prácticas que se contextualizan en un trayecto de formación, de modo de posibilitar el real avance en la construcción de una perspectiva interdisciplinaria.

### **Perspectiva constructivista y planteo de competencias en el espacio curricular análisis matemático I**

En el contexto del Proyecto de Investigación antes mencionado, y en la etapa previa al trabajo de campo, se definió, desde la delimitación epistemológica del área disciplinar Análisis Matemático I, las competencias a desarrollar para alcanzar un aprendizaje comprensivo:

- Identificación de los números reales como estructura algebraica y en sus propiedades.
- Reconocimiento de la noción de función en sus diferentes representaciones: verbal, numérica, gráfica y simbólica.
- Comprensión de la noción intuitiva de límite.
- Conceptualización e interpretación de la noción de límite.
- Análisis de las características de las funciones para definir el procedimiento de cálculo de límite.
- Aplicación de técnicas apropiadas para resolver ejercicios de límites de una función.



- Transferencia del concepto de límite para definir la noción de continuidad.
- Inferencia de las propiedades de las funciones continuas.
- Representación, a través de modelos, de situaciones de vida cotidiana en la que se reconozca el concepto de límite.
- Reconocimiento de la noción de recta tangente en un punto de diferentes curvas.
- Inferencia de la noción de derivada a través del concepto de límite.
- Interpretación geométrica del alcance del concepto de derivada.
- Visualización y modelización geométrica para resolver problemas que involucren la noción de derivada.

### **La enseñanza de competencias y los desafíos para el docente**

La habitualidad de organizar y desarrollar los procesos de enseñanza, en la generalidad de los casos, en una vertiente tecnicista, se convertiría quizá en una dificultad para enfrentar el desafío que supone para el docente asumir el profundo cambio de representaciones que exige organizar y gestionar el proceso de enseñanza de manera que él y los estudiantes tengan la oportunidad de ejercitar las operaciones del pensamiento que permiten un proceso de reconstrucción de los conocimientos matemáticos.

Se alude al cambio de representaciones (percepciones y valoraciones), ya que éstas determinan ciertas concepciones y apreciaciones de los procesos de enseñar, de aprender y de evaluar, desde las que se legitiman las prácticas educativas. Gestionar las prácticas educativas desde el referente de un modelo docente de construcción del conocimiento matemático exigiría al docente:

- Identificar los modelos epistemológicos que subyacen en el proceso de producción del conocimiento matemático y analizar sus posibilidades y limitaciones.
- Analizar sus propias representaciones respecto al modelo epistemológico y al modelo docente en el que se sustentan sus prácticas.
- Ejercitarse en las competencias que suponen los planteos metodológicos correspondientes al modelo constructivista.
- Organizar y evaluar, de manera permanente, la gestión de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el contexto del modelo constructivista.



**Pre test para reconocer las competencias de pensamiento superior en los estudiantes que inician el cursado del espacio curricular análisis matemático I en el I.E.S. nº 8 “Ángela C. De Reto”**

Como lo señalan Artigue y otros (1995) la enseñanza de los principios del análisis matemático es uno de los mayores desafíos de la educación actual, ya que su aprendizaje supone operaciones relacionadas con un pensamiento de orden superior, en el que se encuentran implicadas competencias como la abstracción, el análisis, la demostración, etc.

En el contexto del Proyecto de Investigación, definidas las competencias de aprendizaje a partir de la delimitación epistemológica del espacio Análisis Matemático I, y con la finalidad de evaluar el nivel de desarrollo de esas competencias en los estudiantes, elaboramos, aplicamos y evaluamos el siguiente pre test, a 19 (diecinueve) estudiantes del espacio curricular Análisis Matemático I. Tiempo destinado 80 minutos.

**Actividad 1.**

- Exprese el concepto de función en lenguaje coloquial y en lenguaje simbólico.

En esta actividad se valoró la capacidad para elaborar una definición, esto es conceptualizar el término de modo que se rescaten sus características esenciales.

**Competencia evaluada: conceptualización.**

**Resultados alcanzados.**

Bien	Regular	Mal	Sin Respuesta
22 %	10 %	10 %	58 %

**Actividad 2.**

- Dada la función definida por  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

a. Encuentre su dominio

Se tuvo en cuenta la capacidad para la utilización del concepto de dominio de una función.

**Competencia evaluada: conceptualización.**

**Resultados alcanzados.**

Bien	Regular	Mal	Sin Respuesta
58 %	6 %	10 %	26 %

b. Complete los valores correspondientes a la siguiente tabla

$x$	$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$
3,5	
2,1	
2,01	
2,001	
2	?
1,999	
1,99	
1,9	
1,7	

Se valoró la capacidad para calcular y reconocer la aproximación gradual al número que es el límite de la función.

**Competencia evaluada: completamiento de una representación esquemática.**

**Resultados alcanzados.**

Bien	Regular	Mal	Sin Respuesta
79 %	11 %	5 %	5 %

c. Representéla gráficamente.

Se tomó en cuenta la correspondencia entre representación simbólica y representación gráfica.

**Competencias: construcción de una representación gráfica, correspondencia entre representación simbólica, esquemática y gráfica.**

**Resultados alcanzados.**

Bien	Regular	Mal	Sin Respuesta
5 %	-	10 %	85 %

**Actividad 3.**

- Infiera qué ocurre con los valores de  $f(x)$  cuando  $x$  se aproxima a

Se valoró la capacidad para identificar que la función tiende al valor límite cuando  $x$  se aproxima al valor fijado.

**Competencia evaluada: análisis e interpretación.**





### Resultados alcanzados.

Bien	Regular	Mal	Sin Respuesta
5 %	5 %	10 %	80 %

### Actividad 4.

a. Realice lectura comprensiva del siguiente texto: “Significado intuitivo de límite” del libro de Purcell, Varberg y Rigdon (2001 8va. Edición). Cálculo. México. Prentice Hall.

b. Analice y explique si en la lectura que realizó reconoce nuevos aportes, no considerados en la inferencia que realizó en el punto 3.

Se tuvo en cuenta la capacidad para establecer relaciones entre la propia inferencia y los aportes teóricos del texto.

### Competencia evaluada: análisis comparativo.

### Resultados alcanzados.

Bien	Regular	Mal	Sin Respuesta
	5 %	5 %	90 %

### Aproximación a un primer nivel de análisis de los resultados.

A partir del completamiento del pre-test por este grupo de estudiantes, se pudo observar que:

- El concepto de función no estaba claro en los estudiantes. Hubo muchas dificultades para expresar la definición de función, aún en lenguaje coloquial.
- La conceptualización de dominio de una función y el completamiento de tablas son competencias bastante desarrolladas.
- A pesar de que se trabajó con importante nivel de dedicación en clases, la correspondencia entre representación simbólica, esquemática y gráfica, los resultados del pre-test evidencian que no se ha logrado esta competencia.
- En los procesos de inferencia, análisis y explicación, aparecen grandes obstáculos que se manifiestan en la casi total falta de respuesta de los estudiantes.
- Las interacciones de todas estas variables pueden ser persistentes en el tiempo por dificultades que subyacen en los conocimientos previos de los estudiantes y que se manifiestan en el proceso de aprendizaje del análisis matemático.



### Una problemática pendiente: abordaje del concepto de límite de una función

Las observaciones antes realizadas llevaron a tener en cuenta que las representaciones previas de los alumnos, al abordar el concepto de límite de una función, producirían obstáculos importantes, impidiendo tal vez el proceso de comprensión de esta nueva noción.

Es necesario reconocer que actualmente existe la tendencia a enseñar el Análisis Matemático con un enfoque basado en el cálculo algorítmico y algebraico, dejando de lado otras representaciones que ayudarían a abordar el concepto desde otras perspectivas.

Al respecto Tall (1992) al realizar un estudio sobre el concepto de límite de una función en alumnos universitarios, propone trabajar sobre contextos que provoquen conflicto cognitivo, que den origen a un desequilibrio que los conduzca a la superación de los obstáculos epistemológicos, presentes en la enseñanza de este concepto. Plantea que es necesario favorecer la integración de las tres representaciones sobre el límite funcional: gráfica, numérica y simbólica.

En este contexto se avanza en la enseñanza del concepto en cuestión, procurando el desarrollo de competencias para la integración de las distintas representaciones, en la búsqueda de mejorar la comprensión de la noción de límite funcional.

#### post test para reconocer las competencias de pensamiento superior desarrolladas, durante el cursado del espacio curricular análisis matemático I, por los estudiantes del I.E.S. n° 8 “Ángela C. De Reto”

El siguiente post test (Colombano y Rodríguez, 2009) se aplicó a 13 (trece) alumnos del espacio curricular citado, en un tiempo de 80 minutos.

#### Actividad 1.

- A Pedro se le presentó la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y se le pidió calcular el límite de  $f$  cuando  $x$  tiende a 0. Él propuso números cercanos a 0 por izquierda y por derecha y construyó la siguiente tabla:

$x$	$f(x)$
-0,1	0,9
-0,01	0,99
-0,001	0,999
-0,0001	0,9999
-0,00001	0,99999
0,1	1,1
0,01	1,01
0,001	1,001
0,0001	1,0001
0,00001	1,00001



A partir de la información de la tabla, responda a cada uno de los siguientes interrogantes:

a) Si únicamente se dispone de la información de la tabla ¿qué se puede afirmar sobre el límite de la función  $f$  cuando  $x$  tiende a 0? ¿Por qué? Se valoró la capacidad para interpretar datos y vincularlos con la definición de límite.

Competencias evaluadas: **interpretación y relación.**

**Resultados alcanzados.**

Bien	Mal	Sin Respuesta
77 %	8 %	15 %

b) Si la tabla se sigue generando indefinidamente manteniendo la misma tendencia y forma de completarse ¿es posible calcular con certeza el límite de la función  $f$  cuando  $x$  tiende a 0? ¿por qué? Se puso en evidencia la capacidad para realizar una proyección teniendo en cuenta la información suministrada.

Competencia evaluada: **análisis y conceptualización.**

**Resultados alcanzados.**

Bien	Mal	Sin Respuesta
46 %	23 %	31 %

## Actividad 2.

- Marta presentó para el mismo problema la siguiente tabla de valores que puede seguir completándose con el mismo criterio:

$x$	$f(x)$
-0,1	0,9
-0'01	0,99
-0,001	0,999
-0,0001	0,9999
-0,00001	0,99999
-0,11	3
-0,011	3
-0,0011	3
0,1	1,1
0,01	1,01
0,001	1,001
0,0001	1,0001
0,00001	1,00001
0,11	3
0,011	3
0,0011	3



a) ¿Qué indicaría esta tabla respecto del límite de la función  $f$  cuando  $x$  tiende a 0?  
¿Por qué? Se consideró la capacidad para identificar y justificar que la función no tiene límite.

Competencia evaluada: **análisis comparativo e interpretación.**

**Resultados alcanzados.**

Bien	Mal	Sin Respuesta
31 %	-	69 %

b) Muestre gráficamente el comportamiento de esta función.

Correspondencia entre representación en forma de tabla y representación gráfica.

**Competencia: construcción de una representación gráfica.**

**Resultados alcanzados.**

Bien	Mal	Sin Respuesta
-	-	100 %

c) ¿Puede escribir simbólicamente esta función?

Correspondencia entre representación en forma de tabla y representación simbólica.

**Competencia: correspondencia entre distintas formas de representación de una función.**

**Resultados alcanzados.**

Bien	Mal	Sin Respuesta
15 %	8 %	77 %

### **Algunas reflexiones para avanzar en una propuesta de enseñanza orientada al desarrollo de competencias de aprendizaje comprensivo**

La adquisición del concepto de límite es un proceso con variados obstáculos, que tienen sustento no sólo en cuestiones relativas a cómo aprenden los estudiantes, sino también en una multiplicidad de variables que interactúan en el proceso de aprendizaje. Entre las cuestiones propias del aprendizaje, se puede señalar:

- Comprensión casi nula de que el límite es lo que ocurre en vecindades del punto en cuestión y no en el punto.
- Dificultades para reconocer e interpretar límites laterales.



- Problemas algebraicos para trabajar con las funciones cuyo límite se desea encontrar.
- Dificultades para pasar de un sistema de representación a otro.

En relación con los aspectos que influyen en el aprendizaje comprensivo, se puede citar:

- Escaso tiempo de estudio individual por parte de los alumnos.
- Falta de interés cuando se plantean nuevas situaciones, las que muchas veces son tomadas sólo como obstáculos que hay que superar.
- Carga horaria totalmente inadecuada: 120 minutos semanales.
- Inconvenientes con los espacios físicos, demasiado pequeños para la cantidad de alumnos, en vinculación con la posibilidad de aplicación de estrategias de trabajo grupal.

Lo anteriormente expuesto se deriva en que el desarrollo de las clases se realice bajo un modelo con preeminencia de la exposición docente, con escasa participación de los estudiantes, lo que origina una fuerte deserción y desgranamiento.

Para avanzar en una propuesta superadora, nos planteamos, como condiciones básicas, modificar la carga horaria del espacio curricular; como así también la disponibilidad de espacios físicos.

Desde una mirada intrínseca del proceso de aprendizaje del espacio específico, los esfuerzos están centralizados en la definición de estrategias metodológicas que posibiliten el desarrollo y ejercitación de competencias de pensamiento superior en Análisis Matemático I.

Éste constituye un camino que se está transitando, que está en etapa de construcción y que será potenciado a través de un proceso de socialización y trabajo cooperativo con otros docentes, responsables de este mismo espacio en diferentes carreras del nivel superior, universitario y no universitario.

La intención es disponer de diferentes contextos y de diferentes configuraciones en cuanto a grupos de estudiantes, en tanto generación de espacios para activar metodologías para el desarrollo de competencias, que sólo pueden ser propuestas, de manera genuina, y para su debate, desde la posibilidad de construcción por los propios actores en situaciones concretas de enseñanza y de aprendizaje.

### Referencias bibliográficas

Abdala, L. (2004). Las competencias cognitivas requeridas en el nivel universitario: grado de correspondencia entre las exigencias académicas establecidas en la propuesta curricular de las carreras de la Unse y manifiestas en su desarrollo. Proyecto de



Investigación 2002-2004 acreditado por el Consejo de Investigaciones de Ciencia y Tecnología. Universidad Nacional Santiago Estero. Argentina.

Abdala, L. y Castiglione, A. (2004). La reconstrucción teórica de la problemática de la deserción desde la perspectiva de P. Bourdieu. Jornadas de Sociología. Universidad de Buenos Aires. Argentina.

Armstrong, T. (1999). Las inteligencias múltiples en el aula. Argentina. Manantial.

Artigue, M.; Douady, R.; Moreno, L. y Gómez, P. (1995). Ingeniería Didáctica en Educación Matemática. México. Grupo Editorial Iberoamérica.

Brousseau, G. (1987). Representation et didactique du sens de la división, en G. Vergnaud, G. Brousseau e M. Hulin (ed.) Didactique et acquisition des connaissances scientifiques, Actes du colloque du Sèvres, pp.47-64. Grenoble. La pensée sauvage.

Carr, W. (1996). Una Teoría para la educación. Hacia una investigación educativa crítica. España. Ediciones Morata.

Colombano, M. y Rodríguez, V. (2009). Una propuesta para atender la persistencia del modelo dinámico-práctico luego de la enseñanza de límite funcional. Memorias del 10º Simposio de Educación Matemática realizado en Chivilcoy, mayo, Argentina.

Chevallard, Y.; Bosch, M. y Gascón, J. (1997). Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje. España. ICI/Horsori.

Díaz, Á. (2006). El enfoque de competencias en la educación: ¿una alternativa o un disfraz de cambio? Perfiles Educativos tercera época. Año XXVIII Vol.111 (11-13).

Eisner, E. (1998). Cognición y Curriculum. Una nueva visión. Argentina. Amorrortu Editores.

Freire, P. (1994). La Pedagogía del oprimido. Argentina. Siglo XXI.

Gascón, J. (1994). El papel de la Resolución de problemas en la Enseñanza de las Matemáticas. Educación Matemática, 6/3, 37-51

Gascón, J. (2001). Algunos problemas de investigación relacionados con la práctica docente del profesor de matemática. Ponencia presentada en la XVI Jornadas del SI-IDM celebradas en Huesca. Marzo-abril. Dpto. de Matemáticas, Universidad Autónoma de Barcelona, España.

Morín, E. (1984). Ciencia con consciencia. España. Anthropos.

Organización para la Cooperación del Desarrollo Económico (OCDE) (1999). Proyecto sobre Competencias en el contexto de la OCDE. Agencia de los Estados Unidos para el Desarrollo Internacional. Francia. Publicaciones de la OCDE.



- Perrenoud, P. (1999). Construir competencias desde la escuela. Chile. Dolmen.
- Piaget, J. y García, R. (1982). Psicogénesis e historia de la ciencia. México. Siglo XXI.
- Primer Encuentro Internacional de Rectores Universia (2010). Exposición de rectores. Actividad realizada en la ciudad de Guadalajara. Mayo, México.
- Proyecto PICTO Código 36555-286 (2008-2009). Convocatoria 2005 de la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica. Argentina. ANPCT.
- Sierpinska, A. y Lerman, S. (1996). Epistemologies of mathematics and of mathematics education. Holanda. Kluwer.
- Stone, M. (2003). La enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la Práctica. Argentina. Paidós.
- Tall, D. (1992). Student's Difficulties in Calculus. Plenary presentation in Working Group 3, ICME. Mathematics Education Research Centre. Canada. University of Warwick Press.
- Tishman, S. Perkins, D. y Jay, E. (1997). Un aula para pensar. Argentina. Nueva Visión.